



Introdução aos metamateriais eletromagnéticos

Prof. Dr. Gláucio Lima Siqueira

Informações gerais

- Contato
 - glaucio@cetuc.puc-rio.br
- Dia e horário do curso
 - Sextas-feiras, de 09h às 12h
 - Sala 3 do CETUC
- Avaliação
 - Lista de exercícios
 - Projeto final
- Referência Bibliográfica
 - ELE5322 21st Century Electromagnetics, Dr. Raymond C. Rumpt, UTEP, USA
 - <http://emlab.utep.edu/ee5390em21.htm/>

PROPRIEDADE DE GLÁUCIO LIMA SIQUEIRA E JORGE VIRGILIO DE ALMEIDA

Ementa (I)

- **Parte 1 – Eletrodinâmica em meios periódicos**
 - Tópico 1 – Revisão do eletromagnetismo clássico
 - Tópico 2 – Modelos de Drude e Lorentz para condutores e dielétricos
 - Tópico 3 – Propagação da onda eletromagnética em meios anisotrópicos e não lineares
 - **Tópico 4 – Teoria dos modos acoplados**
 - Tópico 5 – Teoria das estruturas periódicas
 - Tópico 6 – Redes de difração
 - Tópico 7 – Ressonância do modo guiado
 - Tópico 8 – Homogeneização de estruturas periódicas

Ementa (II)

- **Parte 2 – Fenômeno e aplicações de metamateriais**
 - Tópico 9 – Teoria dos metamateriais
 - Tópico 10 – Eletromagnetismo transformacional aplicado aos metamateriais
 - Tópico 11 – Ondas de superfície
 - Tópico 12 – Ondas lentas
 - Tópico 13 – Linha de transmissão orientada à esquerda
 - Tópico 14 – Aplicações de metamateriais

Tópico 4

Teoria dos modos acoplados

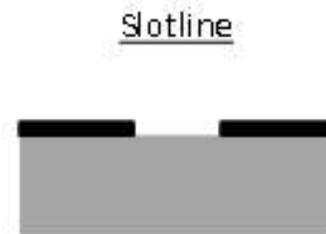
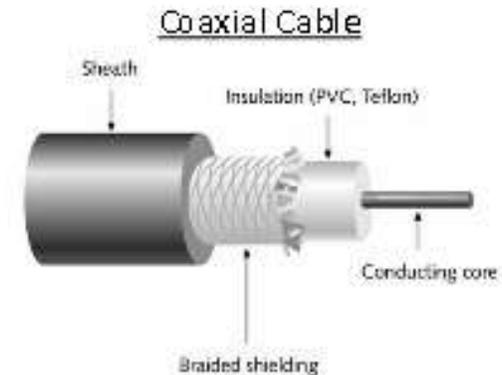
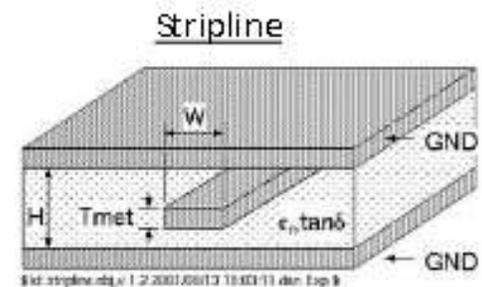
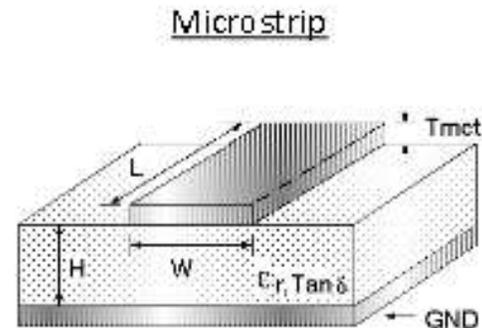
- **Linhas de Transmissão em RF** —————> Continuação do tópico anterior
- **Linhas de Transmissão Envolvidas por Meios Anisotrópicos**
- Modos Eletromagnéticos
- Teoria dos Modos Acoplados
- Acoplamento Direcional
- Acoplamento Não Direcional
- Redes de Casamento de Fase

Linhas de transmissão em meios anisotrópicos

PROPRIEDADE DE GLÁUCIO LIMA SIQUEIRA E JORGE VIRGILIO DE ALMEIDA

O que são linhas de transmissão (LTs)?

- Linhas de transmissão são estruturas metálicas que guiam ondas eletromagnéticas de DC até altas frequências

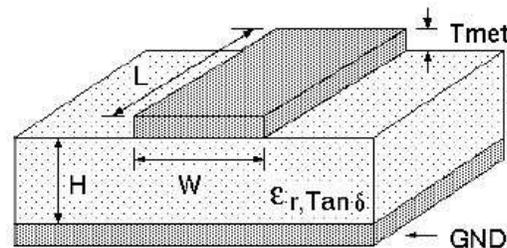


Impedância característica

- A impedância característica de uma LT é a razão entre a tensão e a corrente (ou entre os campos elétrico e magnético) que é constante ao longo da linha

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

- É um valor apenas representativo tendo pouco significado por si só



For small H/W,

$$Z_c \approx \frac{377H}{\sqrt{\epsilon_r}W} \left(1 - \frac{2H}{\pi\epsilon_r W} \left[(1 + \epsilon_r) \ln\left(\frac{H}{W}\right) + 2.230 + 4.454\epsilon_r + (4.464 + 3.89\epsilon_r) \frac{H}{W} \right] \right)^{-1/2}$$

For large H/W,

$$Z_c \approx \frac{377H}{\pi\sqrt{2(1+\epsilon_r)}} \sqrt{\frac{\ln\left(8\frac{H}{W}\right) + \frac{1}{32}\left(\frac{W}{H}\right)^2}{\left[\ln\left(8\frac{H}{W}\right) + \left(\frac{W}{H}\right)^2 \frac{1}{16(1+\epsilon_r)} + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} \left(0.041\left(\frac{W}{H}\right)^2 - 0.454\right)\right]}}$$

S. Y. Poh, W. C. Chew, J. A. Kong, "Approximate Formulas for Line Capacitance and Characteristic Impedance of Microstrip Line", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-29, no. 2, pp. 135-142, May 1981.

Aproximação eletrostática

- Dimensões da linha muito menores que o comprimento de onda
- LT é quasi-TEM e todas as componentes do campo podem ser separadas
- No ar, a energia é transmitida próxima à velocidade da luz.
- Fazendo $\omega \rightarrow 0$ (aproximação eletrostática), temos

$$\begin{array}{ccc} \nabla \cdot \vec{B} = 0 & & \nabla \cdot \vec{B} = 0 \\ \nabla \cdot \vec{D} = 0 & & \nabla \cdot \vec{D} = 0 \\ \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \partial \vec{D} / \partial t & \rightarrow & \nabla \times \vec{H} = \vec{J} \\ \nabla \times \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t & & \nabla \times \vec{E} = 0 \end{array}$$

Equação de Laplace: meio não homogêneo

- Como $\bar{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \bar{E}$, a segunda equação do slide anterior fica:

$$\bar{\nabla} \cdot (\varepsilon_r \bar{E}) = 0$$

- O campo elétrico se relaciona com o potencial como:

$$\bar{E} = -\bar{\nabla}V$$

- Substituindo uma equação na outra, temos:

$$\nabla^2 V + \left(\frac{\nabla \varepsilon_r}{\varepsilon_r} \right) \cdot (\nabla V) = 0$$



Equação de Laplace em meios não homogêneos

Parâmetros distribuídos (1)

- Uma LT pode ser concebida com indutores em série e capacitores em paralelo conhecidos como parâmetros distribuídos. A energia armazenada no capacitor é dada em função do campo por:

$$U = \frac{1}{2} \iint_A (\bar{D} \cdot \bar{E}) dA$$

A é a área da seção transversal do capacitor

Para áreas abertas integramos sobre uma área suficientemente grande até o campo não ser mais significativo.

Essa equação é válida para meios anisotrópicos.

- Sabemos também que a energia é dada por:

$$U = \frac{1}{2} C V_0^2$$

V_0 é a tensão sobre o capacitor

- Donde concluímos que:

$$C = \frac{1}{V_0^2} \iint_A (\bar{D} \cdot \bar{E}) dA$$

Parâmetros distribuídos (2)

- A tensão se propaga na LT com a mesma velocidade do campo elétrico:

$$v_V = v_E \rightarrow \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \rightarrow LC = \frac{\mu_r \varepsilon_r}{c_0^2}$$

- Assim, poderíamos calcular a indutância da equação de C:

$$L = \frac{\mu_r \varepsilon_r}{c_0^2 C}$$

- Materiais dielétricos não deveriam afetar a indutância, mas usando o valor de C anterior, afetará. Como isso não pode acontecer, a solução é calcular C_h como se o meio fosse homogêneo e daí calcularmos L.

$$L = \frac{\mu_r \varepsilon_r}{c_0^2 C_h}$$

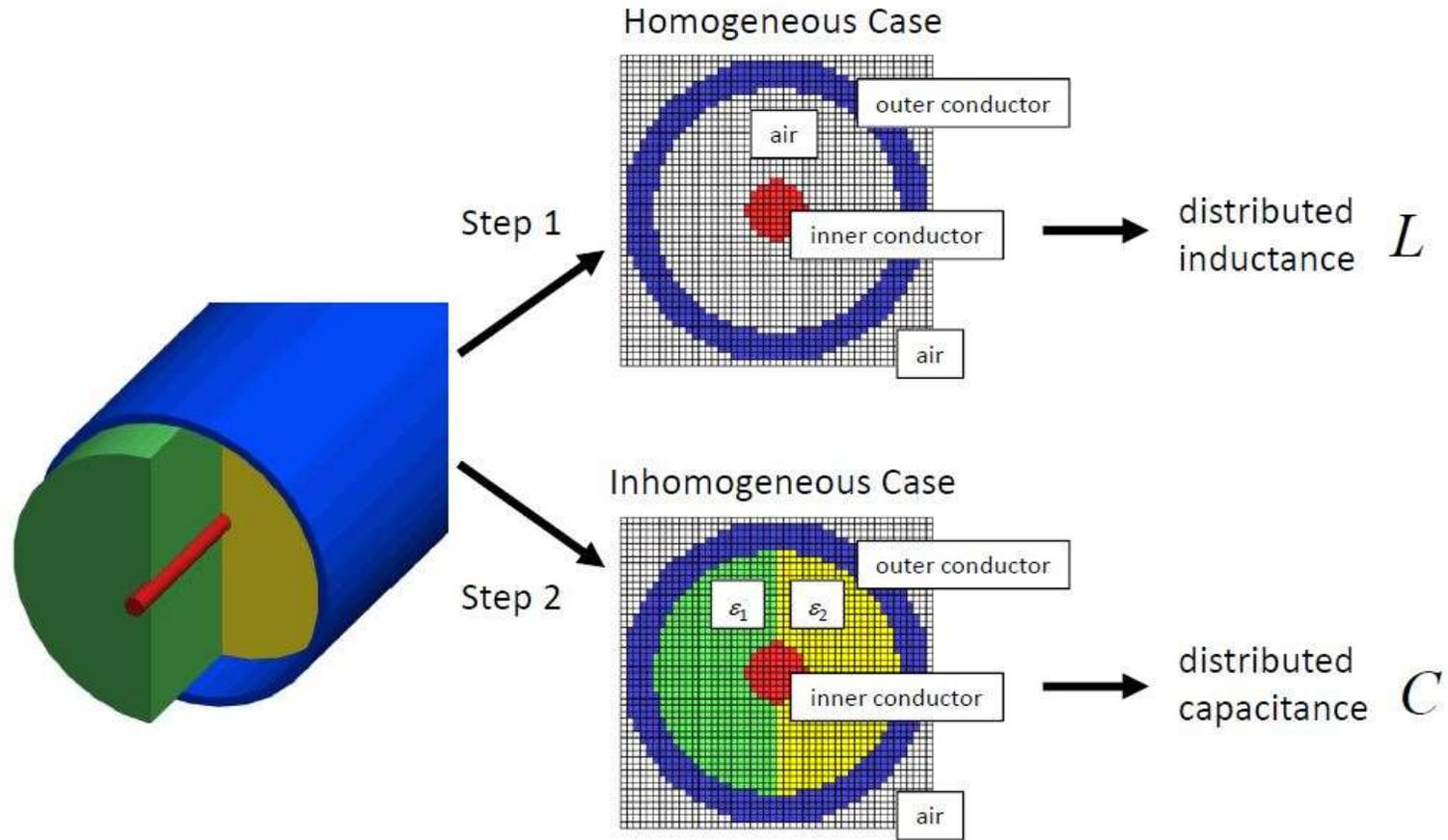
- Onde:

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$n_{\text{eff}} = \frac{c_0}{v} = c_0 \sqrt{LC}$$

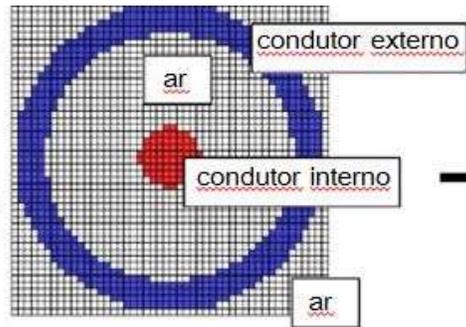
Modelo de dois passos



PROPRIEDADE DE GLÁUCIO LIMA SIQUEIRA E JORGE VIRGILIO DE ALMEIDA

Como analisar a LT

Step 1



Step 2

Construir e resolver a equação matricial

$$\begin{aligned} \nabla^2 V_h &= 0 \\ \Downarrow \\ \mathbf{L}_h \mathbf{v}_h &= \mathbf{v}_{\text{src}} \\ \Downarrow \\ \mathbf{v}_h &= \mathbf{L}_h^{-1} \mathbf{v}_{\text{src}} \end{aligned}$$

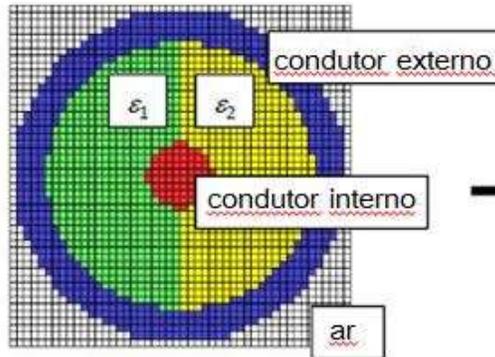
Step 3

Calcular a indutância distribuída

$$\begin{aligned} C_h &= \frac{\epsilon_0}{V_0^2} \iint_A (\bar{D}_h \cdot \bar{E}_h) dA \\ L &= \frac{1}{c_0^2 C_h} \end{aligned}$$

Step 4

Caso não-homogêneo



Step 5

Construir e resolver a equação matricial

$$\begin{aligned} \nabla^2 V + \left(\frac{\nabla \epsilon_r}{\epsilon_r} \right) \cdot (\nabla V) &= 0 \\ \Downarrow \\ \mathbf{L} \mathbf{v} &= \mathbf{v}_{\text{src}} \\ \Downarrow \\ \mathbf{v} &= \mathbf{L}^{-1} \mathbf{v}_{\text{src}} \end{aligned}$$

Step 6

Calcular a capacitância distribuída

$$C = \frac{\epsilon_0}{V_0^2} \iint_A (\bar{D} \cdot \bar{E}) dA$$

Step 7

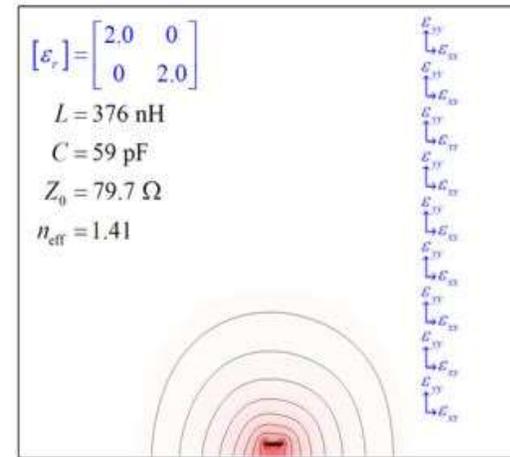
Calcular os parâmetros da LT

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad n = c_0 \sqrt{LC}$$

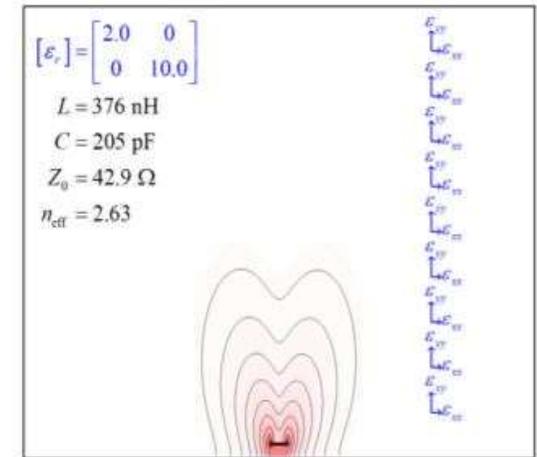
LT em meios anisotrópicos

- Anisotropia dielétrica não tem efeito na indutância
- A capacitância aumenta e a indutância diminui com o aumento de ϵ_{yy}
- O campo se desenvolve mais intensamente na direção da maior permissividade
- O grau em que o campo segue o maior ϵ é proporcional à intensidade da anisotropia

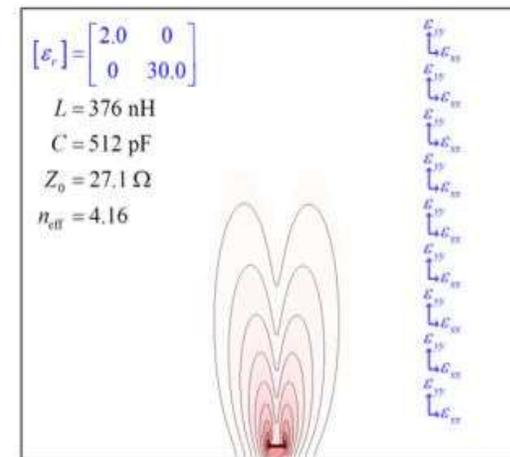
**PROPRIEDADE DE GLÁUCIO LIMA SIQUEIRA
E JORGE VIRGILIO DE ALMEIDA**



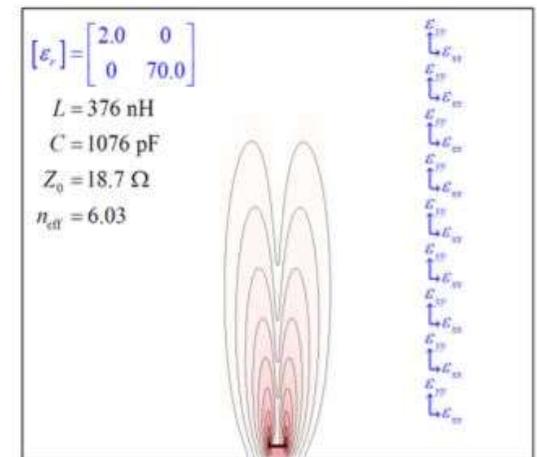
(a) Meio isotrópico



(b) Meio anisotrópico com $\Delta\epsilon = 8.0$



(c) Meio anisotrópico com $\Delta\epsilon = 28.0$

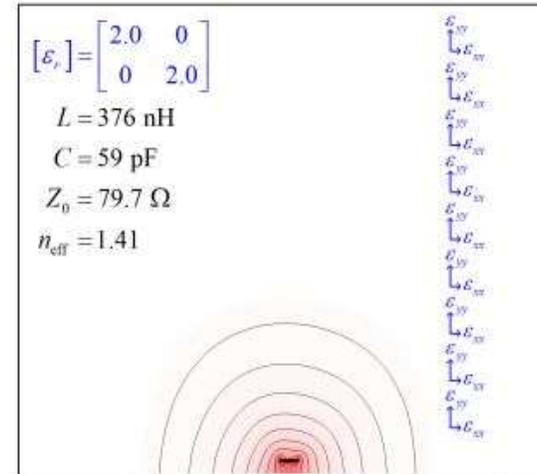


(d) Meio anisotrópico com $\Delta\epsilon = 68.0$

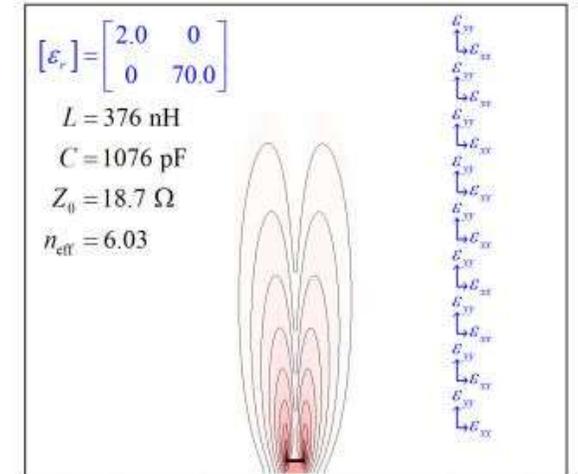
Variando a orientação do tensor

- A impedância varia na presença de meio anisotrópico
- O campo “segue”, na realidade, a anisotropia
- A impedância varia ligeiramente com a inclinação
- A Impedância é constante independentemente da variação espacial

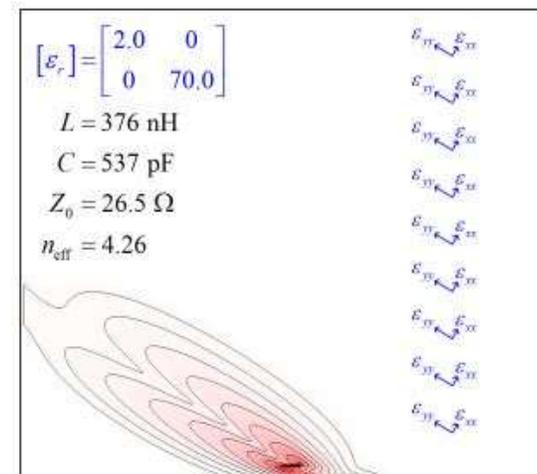
**PROPRIEDADE DE GLÁUCIO LIMA
SIQUEIRA E JORGE VIRGILIO DE ALMEIDA**



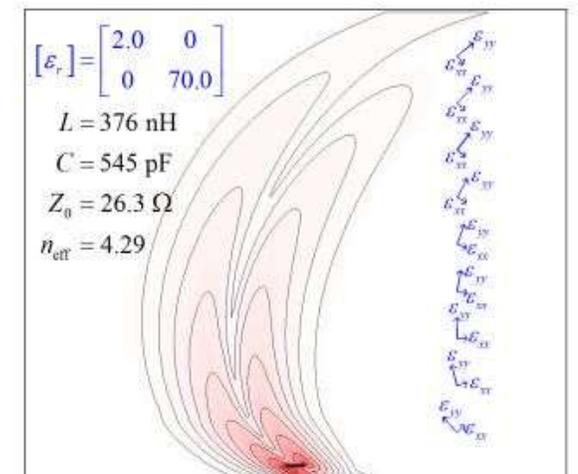
(a) Meio isotrópico



(b) Meio anisotrópico com $\Delta\epsilon = 68.0$



(c) Meio anisotrópico com inclinação de 60 graus



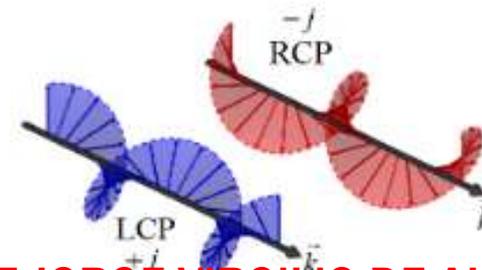
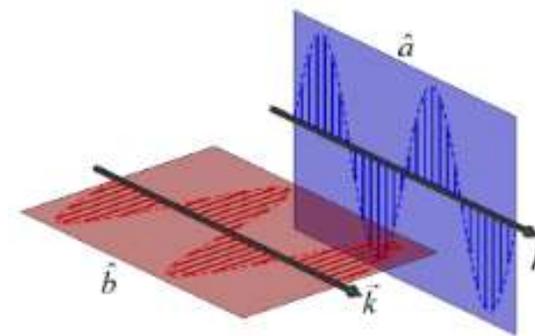
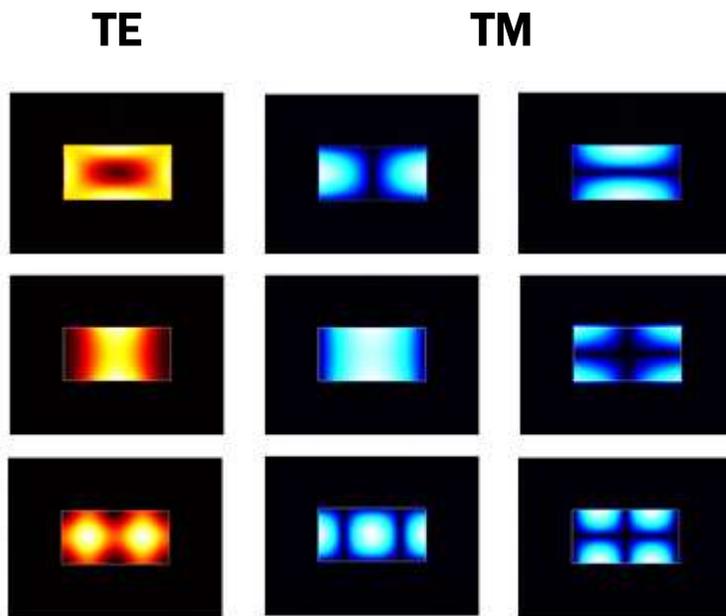
(d) Meio com anisotropia variando espacialmente

Teoria e dispositivos de modo acoplado

PROPRIEDADE DE GLÁUCIO LIMA SIQUEIRA E JORGE VIRGILIO DE ALMEIDA

Modos eletromagnéticos

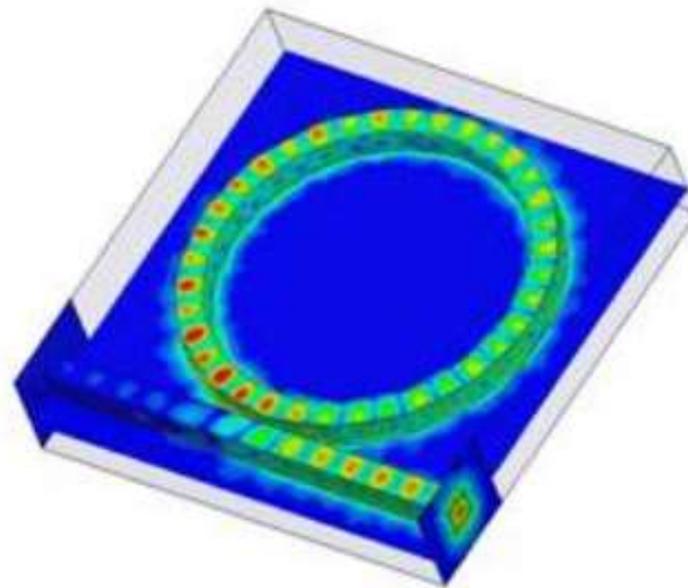
- Um modo eletromagnético é um pacote de onda eletromagnética que existe e viaja independente e diferentemente de outros pacotes de onda eletromagnética
- Exemplo: modos num guia de onda, ondas irradiadas em diferentes polarizações, etc



PROPRIEDADE DE GLÁUCIO LIMA SIQUEIRA E JORGÉ VIRGILIO DE ALMEIDA

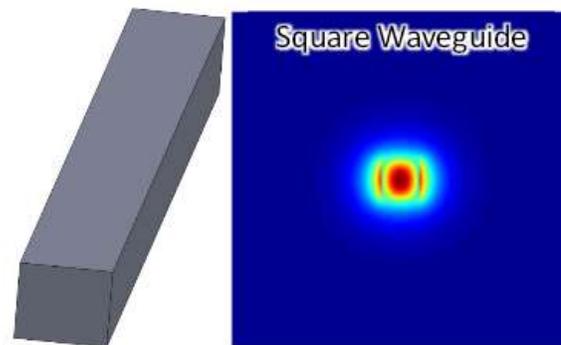
Modos ressonantes

- Quando dois modos se encontram em ressonância, a transmissão de potência entre eles é máxima

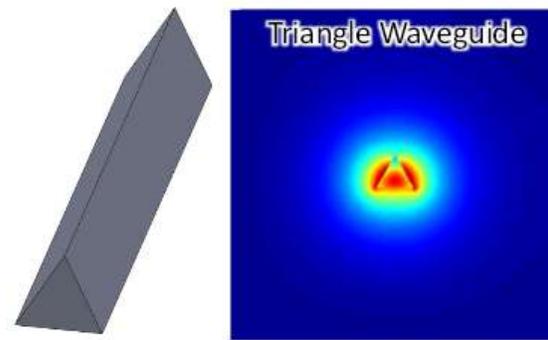


Teoria de modos acoplados (1)

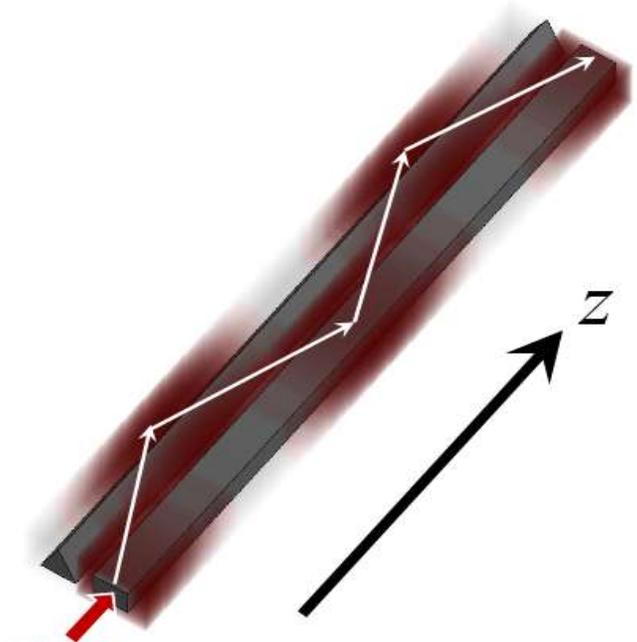
- Quando dois guias de onda estão próximos, eles se acoplam e trocam potência entre si
- A junção dos modos presentes nos dois guias origina um “supermodo”
- Comumente, a troca de potência entre as duas estruturas é periódica



$$\vec{E}_2 = \vec{E}_{0,2}(x, y)e^{-j\beta_2 z}$$
$$\vec{H}_2 = \vec{H}_{0,2}(x, y)e^{-j\beta_2 z}$$



$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{0,1}(x, y)e^{-j\beta_1 z}$$
$$\vec{H}_1 = \vec{H}_{0,1}(x, y)e^{-j\beta_1 z}$$



PROPRIEDADE DE GLÁUCIO LIMA SIQUEIRA E JORGE VIRGILIO DE ALMEIDA

Teoria de modos acoplados (2)

- Hipóteses simplificadoras
 - O supermodo é a superposição dos modos presentes em cada guia de onda
 - Os guias de onda trocam potência em função de z apenas

$$\vec{E} = A(z) \vec{E}_1 + B(z) \vec{E}_2$$
$$\vec{H} = A(z) \vec{H}_1 + B(z) \vec{H}_2$$

$A(z) \equiv$ amplitude of 1st mode

$B(z) \equiv$ amplitude of 2nd mode

Teoria de modos acoplados (3)

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu_0 \vec{H} \quad \longrightarrow \quad (\hat{z} \times \vec{E}_1) \frac{dA}{dz} + (\hat{z} \times \vec{E}_2) \frac{dB}{dz} = 0 \quad \text{Eq. 1}$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} \quad \longrightarrow \quad (\hat{z} \times \vec{H}_1) \frac{dA}{dz} - j\omega\varepsilon_0 (\varepsilon_r - \varepsilon_1) A \vec{E}_1 + (\hat{z} \times \vec{H}_2) \frac{dB}{dz} - j\omega\varepsilon_0 (\varepsilon_r - \varepsilon_2) B \vec{E}_2 = 0 \quad \text{Eq. 2}$$

Para guias de onda isotrópicos e sem perdas, a equação de ortogonalidade indica que:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\vec{E}_1^* \cdot (\text{Eq. 2}) - \vec{H}_1^* \cdot (\text{Eq. 1})] dx dy = 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\vec{E}_2^* \cdot (\text{Eq. 2}) - \vec{H}_2^* \cdot (\text{Eq. 1})] dx dy = 0$$

É “facilmente” demonstrado que...

$$\frac{dA}{dz} + c_{12} \frac{dB}{dz} e^{-j(\beta_2 - \beta_1)z} + j\chi_1 A + j\kappa_{12} B e^{-j(\beta_2 - \beta_1)z} = 0$$

$$\frac{dB}{dz} + c_{21} \frac{dA}{dz} e^{-j(\beta_2 - \beta_1)z} + j\chi_2 B + j\kappa_{21} A e^{-j(\beta_2 - \beta_1)z} = 0$$

Teoria de modos acoplados (4)

Coefficiente de Acoplamento dos Modos

$$K_{pq} = \frac{\omega \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (\epsilon_r - \epsilon_{r,q}) \vec{E}_p^* \cdot \vec{E}_q dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{z} \cdot (\vec{E}_p^* \times \vec{H}_p + \vec{E}_p \times \vec{H}_p^*) dx dy}$$

Coefficiente de Acoplamento de Extremidade

$$C_{pq} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{z} \cdot (\vec{E}_p^* \times \vec{H}_q + \vec{E}_q \times \vec{H}_p^*) dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{z} \cdot (\vec{E}_p^* \times \vec{H}_p + \vec{E}_p \times \vec{H}_p^*) dx dy}$$

Mudança na Constante de Propagação

$$\chi_p = \frac{\omega \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (\epsilon_r - \epsilon_{r,q}) \vec{E}_p^* \cdot \vec{E}_p dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{z} \cdot (\vec{E}_p^* \times \vec{H}_p + \vec{E}_p \times \vec{H}_p^*) dx dy}$$

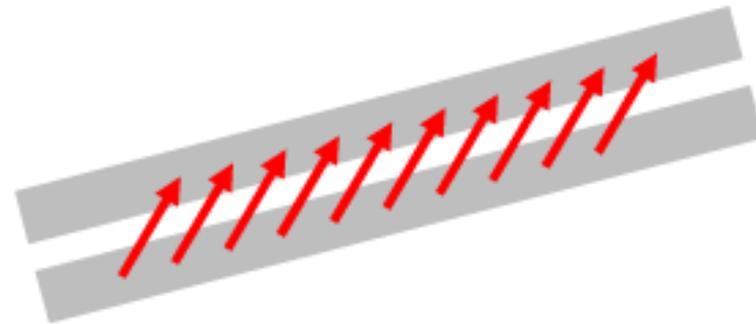
$$p, q = 1 \text{ ou } 2$$

Coeficiente de acoplamentos dos modos

- Quantifica o quão eficientemente a potência “escapa” de um modo para o outro devido ao comportamento do supermodo

Coeficiente de Acoplamento dos Modos

$$K_{pq} = \frac{\omega \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (\epsilon_r - \epsilon_{r,q}) \vec{E}_p^* \cdot \vec{E}_q dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{z} \cdot (\vec{E}_p^* \times \vec{H}_p + \vec{E}_p \times \vec{H}_p^*) dx dy}$$



ϵ_r é a função dielétrica contendo ambos os guias de onda

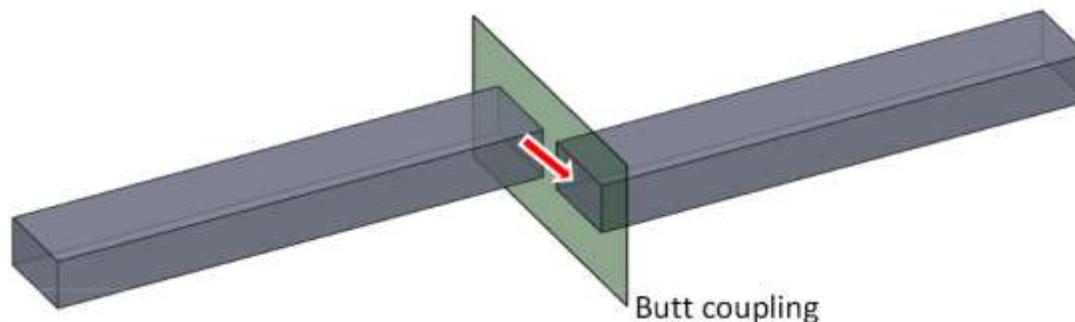
$\epsilon_{r,q}$ é a função dielétrica contendo apenas o guia de onda q

Coeficiente de acoplamentos de Butt (extremidade)

- Quantifica a eficiência de excitação de um guia na extremidade do outro guia

Coeficiente de Acoplamento de Butt

$$C_{pq} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{z} \cdot (\vec{E}_p^* \times \vec{H}_q + \vec{E}_q \times \vec{H}_p^*) dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{z} \cdot (\vec{E}_p^* \times \vec{H}_p + \vec{E}_p \times \vec{H}_p^*) dx dy}$$



Variação da constante de propagação

- Quantifica a variação da amplitude dos modos
- Aumenta com a proximidade dos guias
- Na maioria dos casos, pode ser assumido como valendo zero

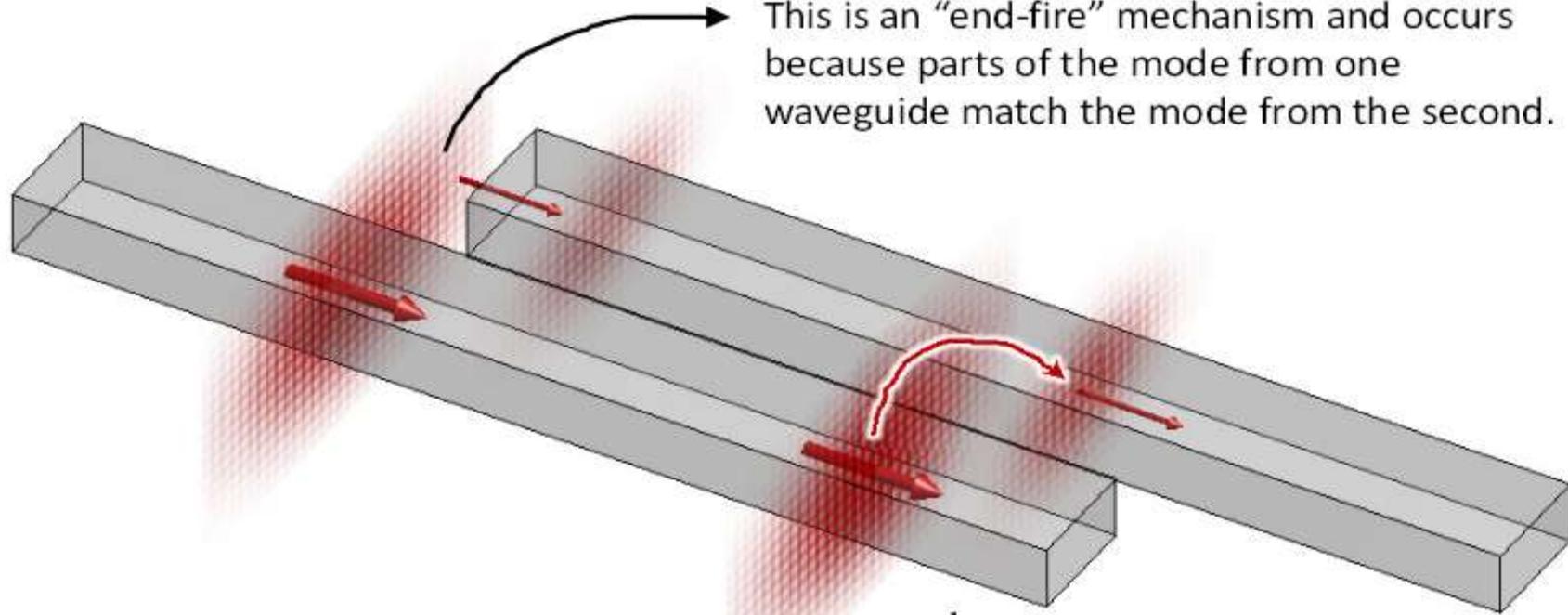
Mudança na Constante de Propagação

$$\chi_p = \frac{\omega \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (\epsilon_r - \epsilon_{r,q}) \vec{E}_p^* \cdot \vec{E}_p dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{z} \cdot (\vec{E}_p^* \times \vec{H}_p + \vec{E}_p \times \vec{H}_p^*) dx dy}$$

Diferença entre acoplamento de modo e de Butt

Butt Coupling

This is an “end-fire” mechanism and occurs because parts of the mode from one waveguide match the mode from the second.



Mode Coupling

This is a “leakage” mechanism and occurs due to the propagation behavior of the supermode.

PROPRIEDADE DE GLÁUCIO LIMA SIQUEIRA E JORGE VIRGILIO DE ALMEIDA

Equações simplificadas de modo acoplado

- Assumindo $c_{pq} = \chi_p = 0$, as equações de modo-acoplado podem ser escritas como:

$$\frac{dA}{dz} = -j\kappa_{12}Be^{-j(\beta_2 - \beta_1)z}$$

$$\frac{dB}{dz} = -j\kappa_{21}Ae^{+j(\beta_2 - \beta_1)z}$$

São as equações usadas na maioria das análises!

Acoplamento direcional



PROPRIEDADE DE GLÁUCIO LIMA SIQUEIRA E JORGE VIRGILIO DE ALMEIDA

Solução geral do codirecional (1)

$$\beta_1 > 0 \quad \text{and} \quad \beta_2 > 0$$

A reciprocidade requer que $\kappa_{12} = \kappa_{21}^*$. Mas, na maioria dos casos, κ é real e aí fazemos:

$$\kappa = \kappa_{12} = \kappa_{21}$$

A solução geral para a equação dos modo-acoplado fica:

$$A(z) = \left[a_1 e^{j\psi z} + a_2 e^{-j\psi z} \right] e^{-j\delta z}$$

$$B(z) = \left[b_1 e^{j\psi z} + b_2 e^{-j\psi z} \right] e^{+j\delta z}$$

Condições iniciais

$$a_1 + a_2 = A(0)$$

$$b_1 + b_2 = B(0)$$

Solução geral do codirecional (2)

As soluções finais para $A(z)$ e $B(z)$ são:

$$A(z) = \left\{ \left[\cos(\psi z) + \frac{j\delta}{\psi} \sin(\psi z) \right] A(0) - \frac{j\kappa}{\psi} \sin(\psi z) B(0) \right\} e^{-j\delta z}$$

$$B(z) = \left\{ -\frac{j\kappa}{\psi} \sin(\psi z) A(0) + \left[\cos(\psi z) + \frac{j\delta}{\psi} \sin(\psi z) \right] B(0) \right\} e^{j\delta z}$$

$$\psi = \sqrt{\kappa^2 + \delta^2}$$

$$\delta = \frac{\beta_2 - \beta_1}{2}$$

Nota: quando a perturbação nos modos é mínima assumimos $\delta \approx 0$ e $\psi \approx \kappa$

Solução para um caso particular

Na maioria dos caso, a potência é injetada apenas em um guia:

$$A(0) = A_0 \quad B(0) = 0$$

As equações se reduzem para:

$$A(z) = A_0 \left[\cos(\psi z) + \frac{j\delta}{\psi} \sin(\psi z) \right] e^{-j\delta z} \quad B(z) = -A_0 \frac{j\kappa}{\psi} \sin(\psi z) e^{j\delta z}$$

$$\tilde{P}_a(z) = \frac{|A(z)|^2}{|A_0|^2} = 1 - F \sin^2(\psi z)$$

$$\tilde{P}_b(z) = \frac{|B(z)|^2}{|A_0|^2} = F \sin^2(\psi z)$$

Eficiência máxima no acoplamento de potência

$$F = \left(\frac{\kappa}{\psi} \right)^2 = \frac{1}{1 + (\delta/\kappa)^2}$$

Eficiência de acoplamento

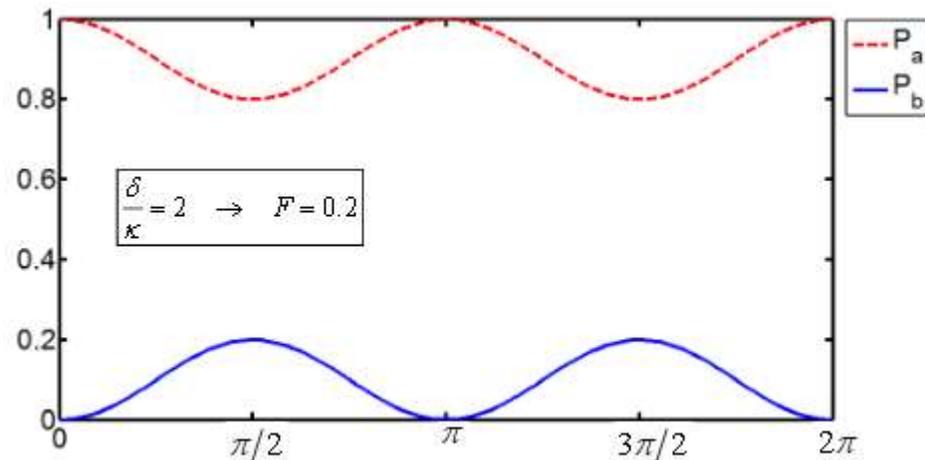
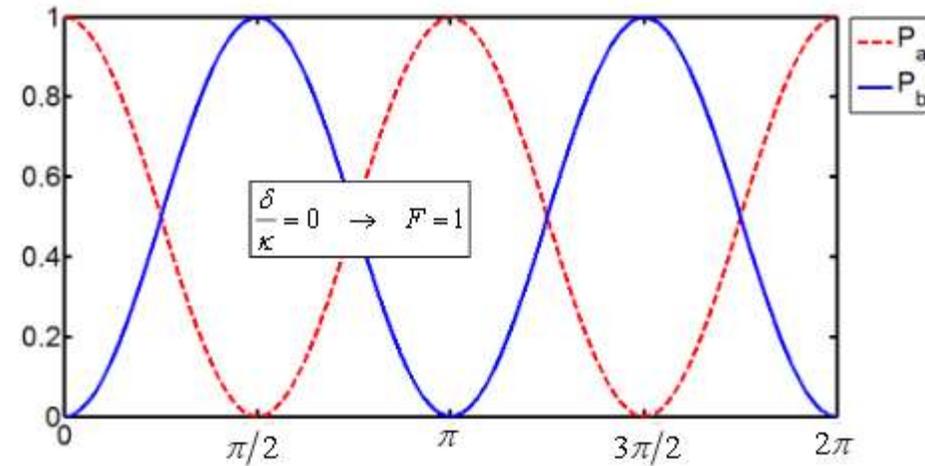
Máximos ocorrem em

$$z_m = \frac{\pi}{2\psi} (2m+1) \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

$$L_c = \frac{\pi}{2\psi} = \frac{\pi}{2\sqrt{\kappa^2 + \delta^2}}$$

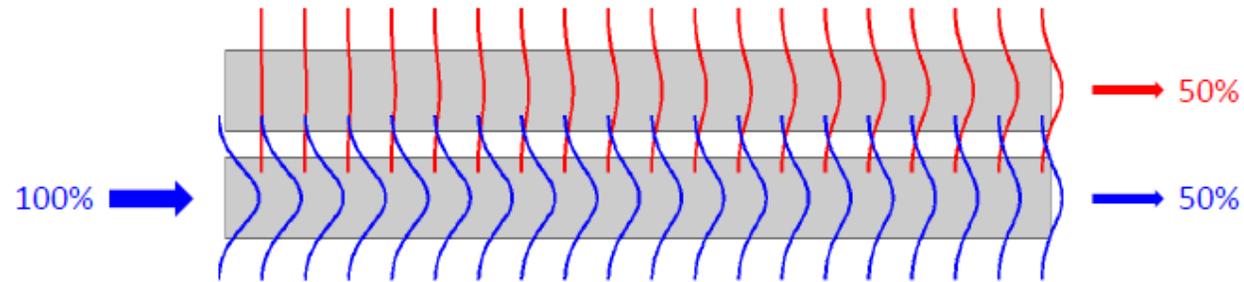
When $\beta_1 = \beta_2$ (i.e. $\delta = 0$),

$$L_c = \frac{\pi}{2\kappa}$$



Exemplos (1)

- Acoplador direcional de 3 dB



- Acoplador bidirecional (micro-ondas)

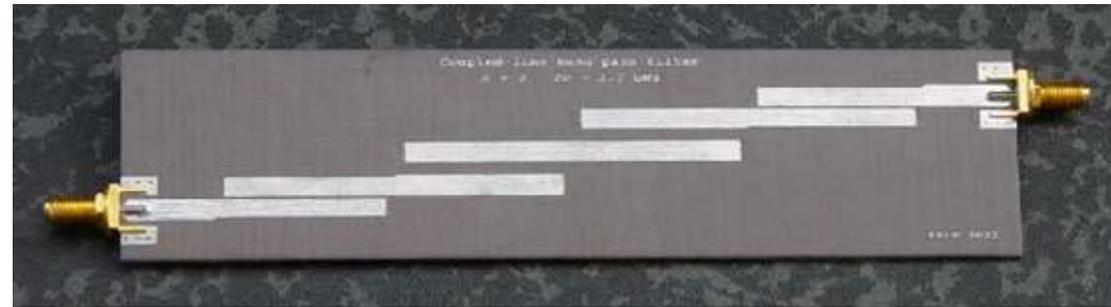


<http://paginas.fe.up.pt/~hmiranda/etele/microstrip/>

PROPRIEDADE DE GLÁUCIO LIMA SIQUEIRA E JORGE VIRGILIO DE ALMEIDA

Exemplos (2)

- Filtro passa-faixa por acoplamento



<http://paginas.fe.up.pt/~hmiranda/etele/microstrip/>

- Filtro Harpin passa-faixa



<http://paginas.fe.up.pt/~hmiranda/etele/microstrip/>

PROPRIEDADE DE GLÁUCIO LIMA SIQUEIRA E JORGE VIRGILIO DE ALMEIDA

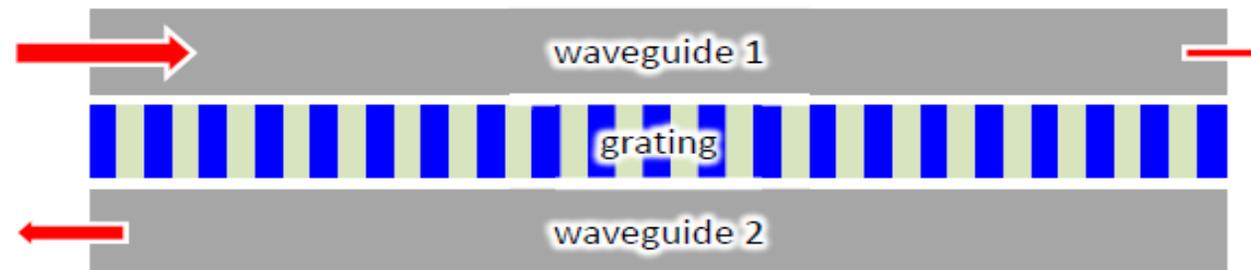
Acoplamento contra-direcional

- Os modos se propagam em direções opostas

$$\begin{aligned}\beta_1 &> 0 \\ \beta_2 &< 0\end{aligned}$$

- A reciprocidade requer que $\kappa_{12} = -\kappa_{21}^*$

- Não acontece por simples aproximação. É preciso uma rede periódica para fazer o acoplamento

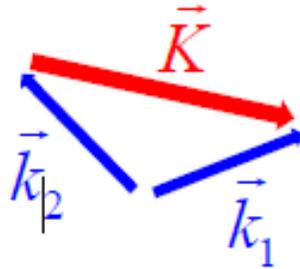


$$\kappa_{12}(z) = \kappa_G e^{-j\frac{2\pi}{\Lambda}z}$$

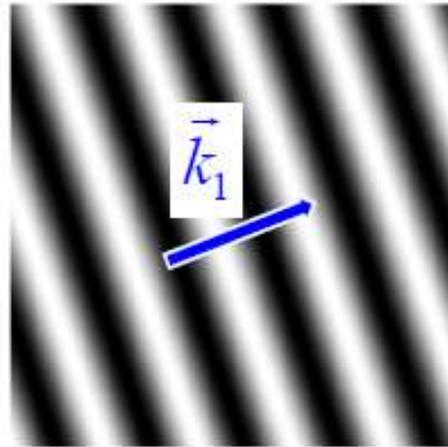
O coeficiente de acoplamento do modo se torna uma função periódica

Acoplamento não direcional

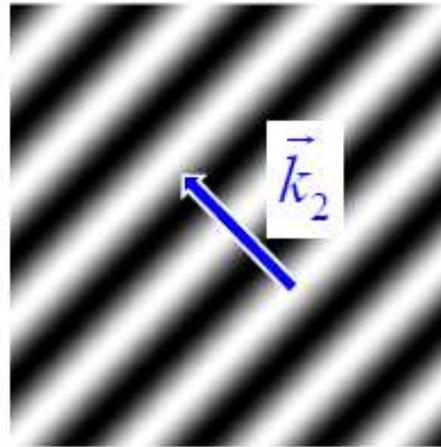
- Podemos acoplar ondas se propagando em direções diferentes. Isso se chama acoplamento não direcional



$$\vec{K} = \pm (\vec{k}_1 - \vec{k}_2)$$



Onda 1



Onda 2

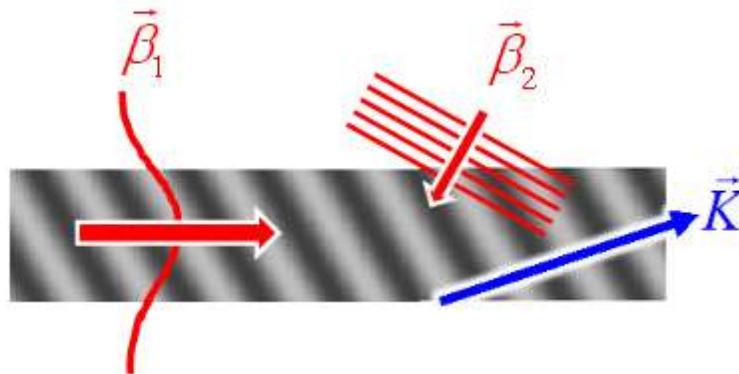


Rede que acopla as ondas

PROPRIEDADE DE GLÁUCIO LIMA SIQUEIRA E JORGE VIRGILIO DE ALMEIDA

Redes de casamento de fase

- Podemos acoplar quaisquer dois modos usando uma rede de Bragg (rede de reflexão com interfaces de índice de refração diferentes repetidas periodicamente)



- A condição de casamento de fase para acoplar a energia entre dois modos é:

$$\vec{K} = \pm (\vec{\beta}_1 - \vec{\beta}_2)$$

**Obrigado pela atenção!
Até a próxima aula...**

PROPRIEDADE DE GLÁUCIO LIMA SIQUEIRA E JORGE VIRGILIO DE ALMEIDA