



# Introdução aos metamateriais eletromagnéticos

*Prof. Dr. Gláucio Lima Siqueira*



Instituto de Inovação  
em Meta

**PROPRIEDADE DE GLÁUCIO LIMA SIQUEIRA E JORGE VIRGILIO DE ALMEIDA**

*Apresentação por Jorge Virgílio de Almeida*

# Informações gerais

- Contato
  - glaucio@cetuc.puc-rio.br
- Dia e horário do curso
  - Sextas-feiras, de 09h às 12h
  - Sala 3 do CETUC
- Avaliação
  - Lista de exercícios
  - Projeto final
- Referência Bibliográfica
  - ELE5322 21st Century Electromagnetics, Dr. Raymond C. Rumpt, UTEP, USA
  - <http://emlab.utep.edu/ee5390em21.htm/>

# Ementa (I)

- **Parte 1 – Eletrodinâmica em meios periódicos**
  - Tópico 1 – Revisão do eletromagnetismo clássico
  - Tópico 2 – Modelos de Drude e Lorentz para condutores e dielétricos
  - Tópico 3 – Propagação da onda eletromagnética em meios anisotrópicos e não lineares
  - Tópico 4 – Teoria dos modos acoplados
  - Tópico 5 – Teoria das estruturas periódicas
  - Tópico 6 – Redes de difração
  - Tópico 7 – Ressonância do modo guiado
  - Tópico 8 – Teoria dos metamateriais

# Ementa (II)

- **Parte 2 – Fenômeno e aplicações de metamateriais**
  - Tópico 9 – Homogeneização de estruturas periódicas
  - **Tópico 10 – Eletromagnetismo transformacional aplicado aos metamateriais**
  - Tópico 11 – Ondas de superfície
  - Tópico 12 – Ondas lentas
  - Tópico 13 – Linha de transmissão orientada à esquerda
  - Tópico 14 – Aplicações de metamateriais

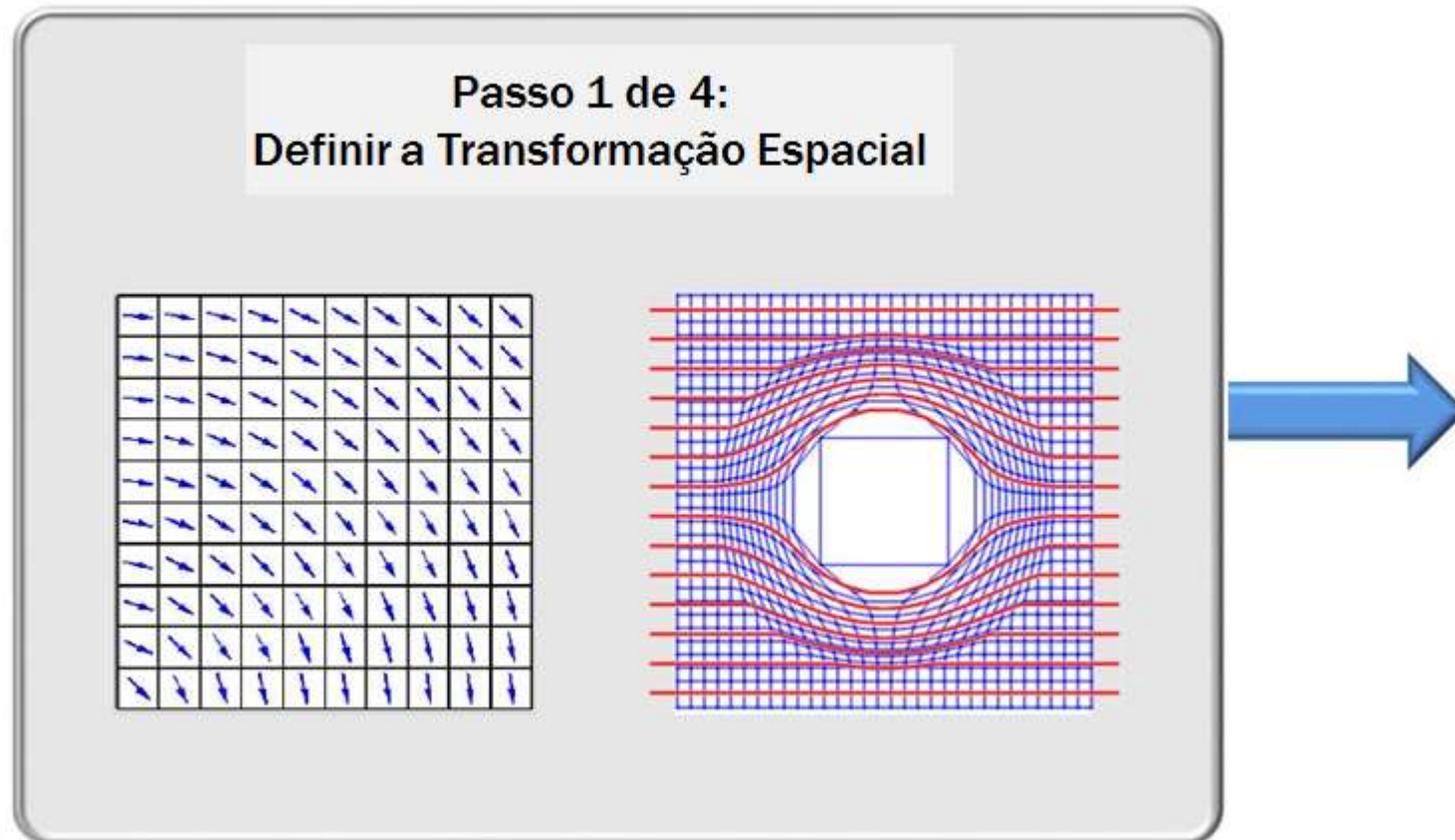
# Tópico 10

## Eletromagnetismo transformacional

- Introdução
- Transformação de Coordenadas
- Invariância das Equações de Maxwell
- Eletromagnetismo Transformacional
- Espaço Esticado
- Camuflagem (“Cloaking”)
- Outras Aplicações

# Introdução

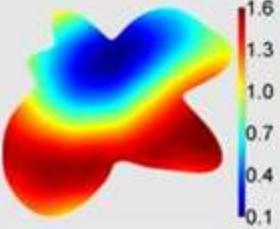
# Projeto usando transformação espacial (1)



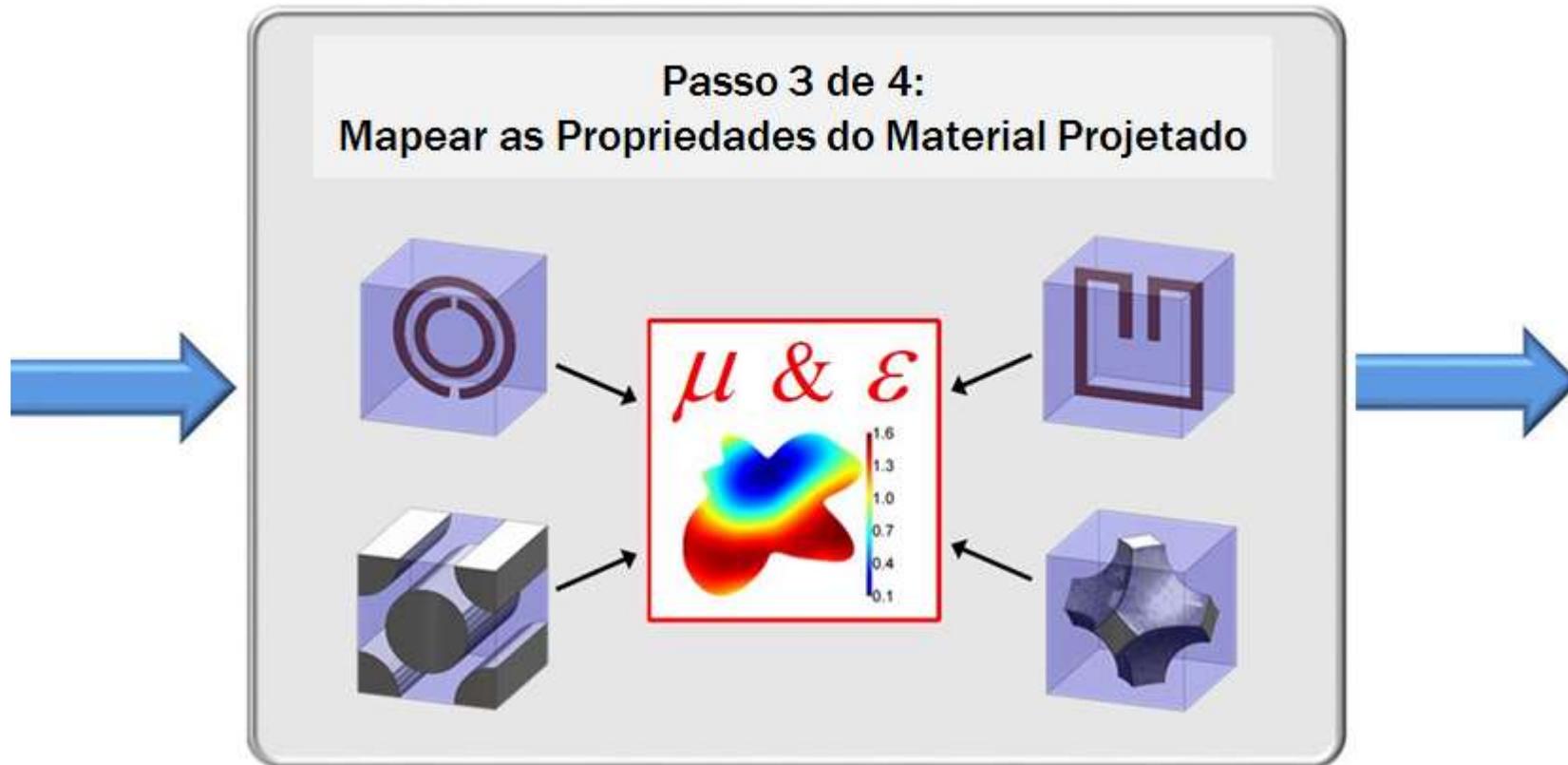
# Projeto usando transformação espacial (2)

Passo 2 de 4:  
Calcular as Propriedades Efetivas do Material

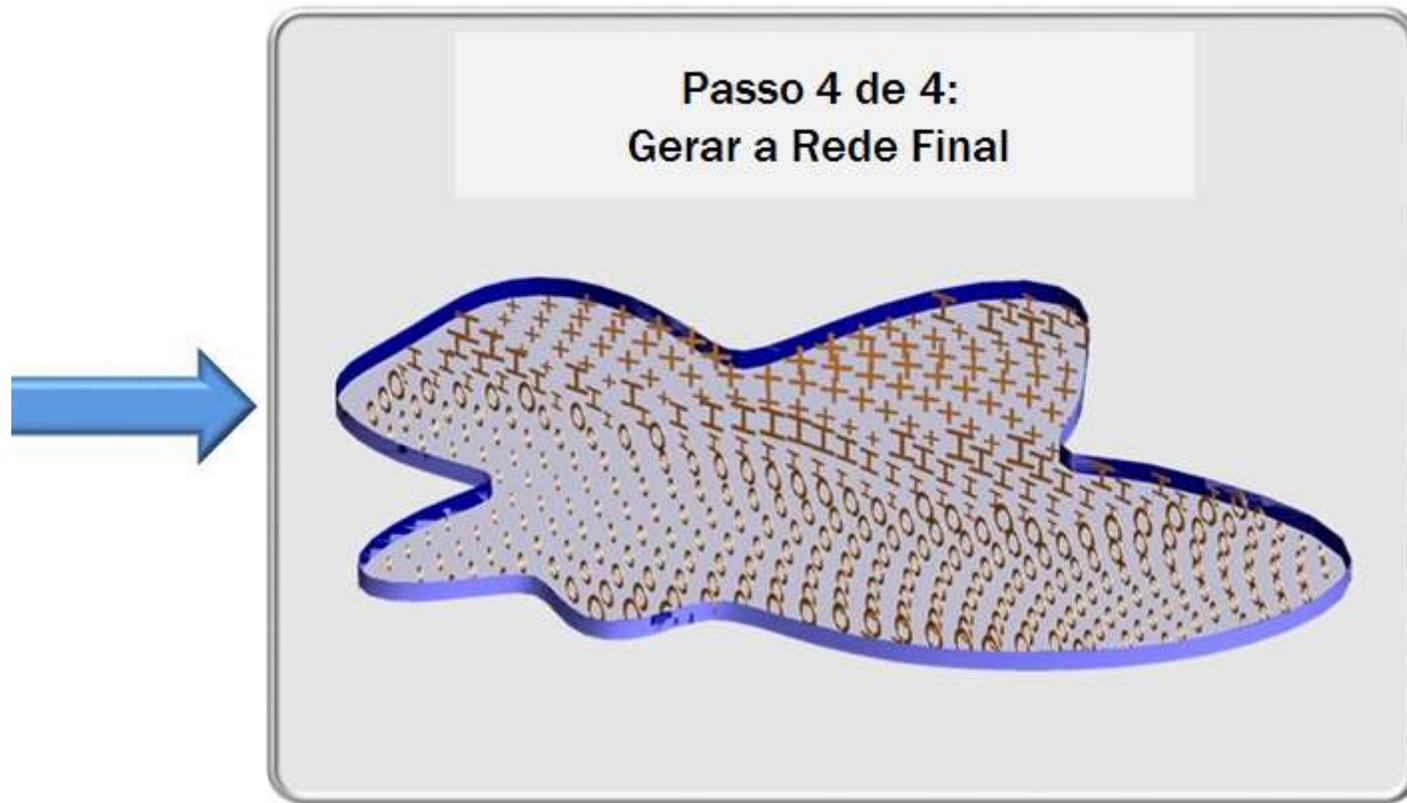
$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H}$        $\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H}$   
 $\nabla \times \vec{H} = j\omega\varepsilon\vec{E}$        $\nabla \times \vec{H} = j\omega\varepsilon\vec{E}$



# Projeto usando transformação espacial (3)



# Projeto usando transformação espacial (4)



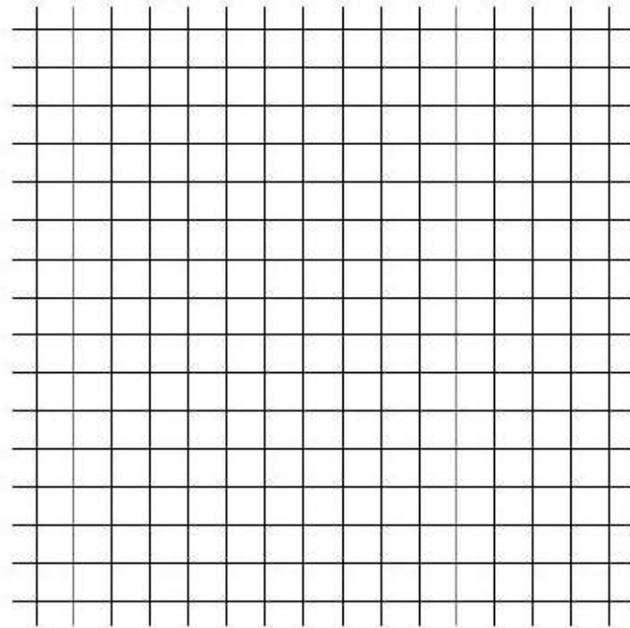
# Transformação de Coordenadas

# Transformação de coordenadas

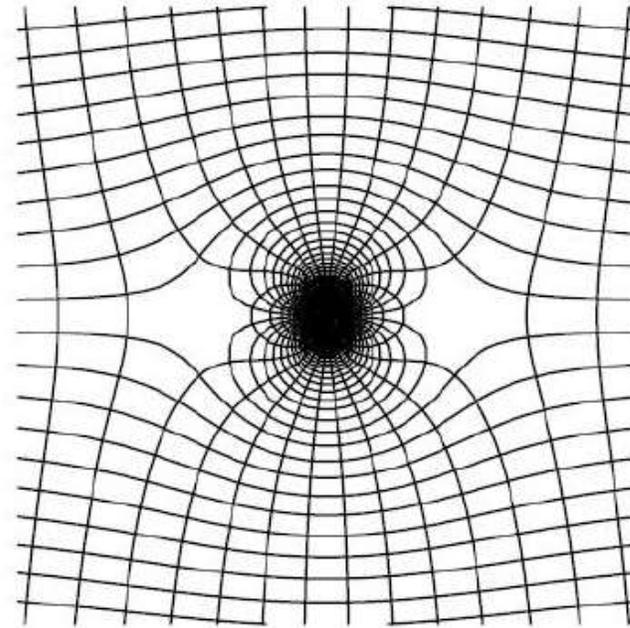
- Podemos mapear um espaço de coordenadas em outro

$$\vec{r}' = T(\vec{r})$$

$$\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$$



$$\vec{r}' = x'\hat{x}' + y'\hat{y}' + z'\hat{z}'$$



# Matriz Jacobiana [J]

- Para auxiliar na transformação de coordenadas, usamos a matriz Jacobiana de transformação

$$[J] = (\vec{\nabla} \vec{r}')^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial x'}{\partial x} & \frac{\partial x'}{\partial y} & \frac{\partial x'}{\partial z} \\ \frac{\partial y'}{\partial x} & \frac{\partial y'}{\partial y} & \frac{\partial y'}{\partial z} \\ \frac{\partial z'}{\partial x} & \frac{\partial z'}{\partial y} & \frac{\partial z'}{\partial z} \end{bmatrix}$$

O gradiente de um vetor é um tensor!

Cada termo quantifica o “esticamento” das coordenadas.

- A matriz Jacobiana não executa a transformação de coordenadas. Ela transforma funções e operações entre sistemas de coordenadas diferentes

# Forma generalizada da matriz jacobiana [J]

- Quando a transformação envolve alteração dimensional nas coordenadas, devemos usar a Jacobiana generalizada para transformar vetores

$$[J]_G = \begin{bmatrix} \frac{h'_1}{h_1} \frac{\partial x'_1}{\partial x_1} & \frac{h'_1}{h_2} \frac{\partial x'_1}{\partial x_2} & \frac{h'_1}{h_3} \frac{\partial x'_1}{\partial x_3} \\ \frac{h'_2}{h_1} \frac{\partial x'_2}{\partial x_1} & \frac{h'_2}{h_2} \frac{\partial x'_2}{\partial x_2} & \frac{h'_2}{h_3} \frac{\partial x'_2}{\partial x_3} \\ \frac{h'_3}{h_1} \frac{\partial x'_3}{\partial x_1} & \frac{h'_3}{h_2} \frac{\partial x'_3}{\partial x_2} & \frac{h'_3}{h_3} \frac{\partial x'_3}{\partial x_3} \end{bmatrix}$$

$$h_i = \sqrt{\sum_{k=1}^n \left( \frac{\partial x_k}{\partial x'_i} \right)^2}$$

Sistema de Coordenadas	$h_1$	$h_2$	$h_3$
<b>Cartesiano</b> (x,y,z)	1	1	1
<b>Cilíndrico</b> ( $\rho, \phi, z$ )	1	$\rho$	1
<b>Esférico</b> ( $r, \theta, \phi$ )	1	$r$	$r \sin \theta$

# Exemplos: cilíndrico e esférico para cartesiano

Relação Cilíndrico/Cartesiano

$$x = \rho \cos \phi$$

$$y = \rho \sin \phi$$

$$z = z$$

Relação Esférico/Cartesiano

$$x = r \sin \theta \cos \phi$$

$$y = r \sin \theta \sin \phi$$

$$z = r \cos \theta$$

Jacobianas

$$[J] = \begin{bmatrix} \partial x / \partial \rho & \partial x / \partial \phi & \partial x / \partial z \\ \partial y / \partial \rho & \partial y / \partial \phi & \partial y / \partial z \\ \partial z / \partial \rho & \partial z / \partial \phi & \partial z / \partial z \end{bmatrix}$$

$$[J] = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\rho \sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \rho \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[J] = \begin{bmatrix} \partial x / \partial r & \partial x / \partial \theta & \partial x / \partial \phi \\ \partial y / \partial r & \partial y / \partial \theta & \partial y / \partial \phi \\ \partial z / \partial r & \partial z / \partial \theta & \partial z / \partial \phi \end{bmatrix}$$

$$[J] = \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \phi & r \cos \theta \cos \phi & -r \sin \theta \sin \phi \\ \sin \theta \sin \phi & r \cos \theta \sin \phi & r \sin \theta \cos \phi \\ \cos \theta & -r \sin \theta & 0 \end{bmatrix}$$

# Transformações de vetores e operadores

Uma função vetorial em dois sistemas de coordenadas se relacionam através da matriz Jacobiana por:

$$\vec{E}'(\vec{r}') = \left( [J]_{\mathbf{G}}^T \right)^{-1} \vec{E}(\vec{r})$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = [J]_{\mathbf{G}}^T \vec{E}'(\vec{r}')$$

Um operador em dois sistemas de coordenadas se relacionam através da matriz Jacobiana por:

$$[F'(\vec{r}')] = \frac{[J][F(\vec{r})][J]^T}{\det[J]}$$

$$[F(\vec{r})] = \det[J] \cdot [J]^{-1} [F'(\vec{r}')] ([J]^T)^{-1}$$

# Invariância das Equações de Maxwell

# Equações de Maxwell são invariantes com os sistemas de coordenadas

- Em qualquer sistema de coordenadas, as equações de Maxwell são escritas da mesma maneira:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = j\omega[\varepsilon]\vec{E}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega[\mu]\vec{H}$$

- Podemos transformar as equações de Maxwell para um sistema de coordenadas diferente, mas a forma se mantém:

$$\vec{\nabla}' \times \vec{H}' = j\omega[\varepsilon']\vec{E}'$$

$$\vec{\nabla}' \times \vec{E}' = -j\omega[\mu']\vec{H}'$$

# Prova

- Vamos considerar a Lei de Faraday:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega[\mu]\vec{H}$$

- Os campos são funções vetoriais e  $[\mu]$  é um operador. Assim, temos

$$\vec{E}(\vec{r}) = [J]^T \vec{E}'(\vec{r}')$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = [J]^T \vec{H}'(\vec{r}')$$

$$[\mu] = \det[J] \{ [J]^{-1} [\mu'(\vec{r}')] ([J]^T)^{-1} \}$$

- Substituindo, temos:

$$\vec{\nabla} \times \{ [J]^T \vec{E}'(\vec{r}') \} = -j\omega \det[J] \{ [J]^{-1} [\mu'(\vec{r}')] ([J]^T)^{-1} \} [J]^T \vec{H}'(\vec{r}')$$

$$\underbrace{\frac{[J](\vec{\nabla} \times)[J]^T}{\det[J]}}_{\vec{\nabla}' } \vec{E}' = -j\omega[\mu']\vec{H}' \quad \longrightarrow \quad \vec{\nabla}' \times \vec{E}' = -j\omega[\mu']\vec{H}'$$

# Consequência importante: absorção

- Podemos “absorver” a transformação de coordenadas inteiramente pela propriedade do material
- Se voltarmos ao sistema original poderemos manter os campos deformados se usarmos as características do meio transformadas

$$[\mu'] = \frac{[J][\mu][J]^T}{\det[J]} \quad [\varepsilon'] = \frac{[J][\varepsilon][J]^T}{\det[J]}$$

# Um exemplo simples da prova

- Suponha a seguinte mudança de coordenadas:

$$\vec{r}' = a\vec{r}$$

- A Lei de Faraday fica:

$$\vec{\nabla}' \times \vec{E}'(\vec{r}') = -j\omega[\mu'(\vec{r}')] \vec{H}'(\vec{r}')$$

- Relacionando os termos, temos:

$$\vec{E}(\vec{r}) = a\vec{E}'(\vec{r}')$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = a\vec{H}'(\vec{r}')$$

- Neste domínio  $[\mu'] = \frac{1}{a}[\mu]$

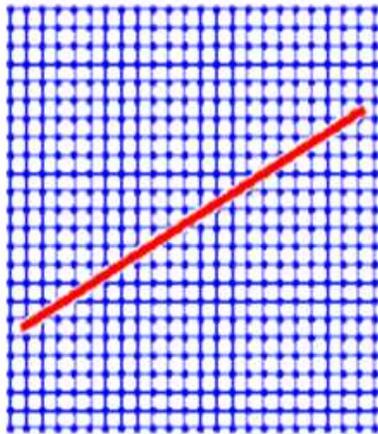
$$\nabla \times = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & -\frac{\partial}{\partial x} \\ -\frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \nabla' \times = \frac{1}{a} \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\partial}{\partial z'} & \frac{\partial}{\partial y'} \\ \frac{\partial}{\partial z'} & 0 & -\frac{\partial}{\partial x'} \\ -\frac{\partial}{\partial y'} & \frac{\partial}{\partial x'} & 0 \end{bmatrix}$$

- A transformação foi absorvida pela permeabilidade

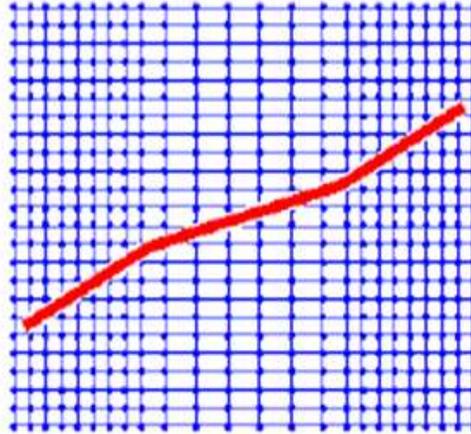
# **Eletromagnetismo Transformacional**

# Conceito

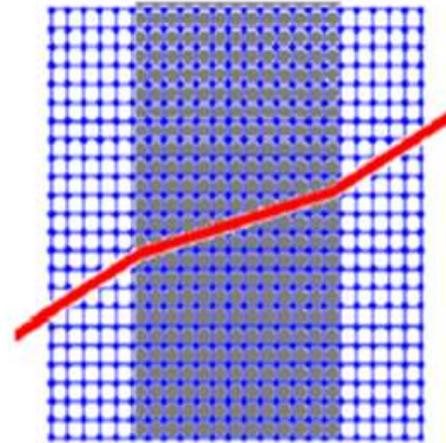
- O eletromagnetismo transformacional é uma técnica analítica para calcular as funções permissividade e a permeabilidade que curvarão os campos da maneira desejada



Defina uma grade  
uniforme com um  
raio uniforme



Execute a transformação  
de coordenadas de modo  
que os raios sigam um  
percurso desejado



Passe a transformação  
de coordenadas para  
os tensores do material

# Passo 1

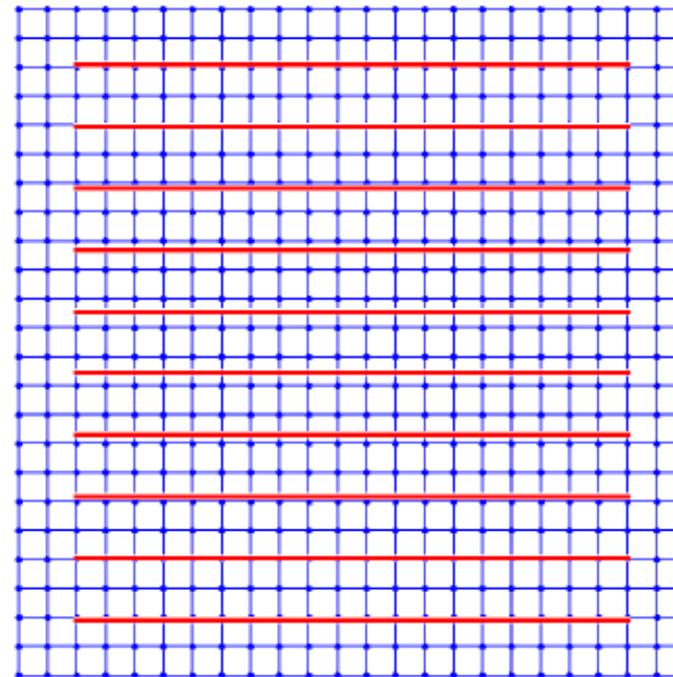
- Escolha o sistema de coordenadas mais adequado à geometria do seu dispositivo
- Assumindo o espaço livre, desenhe os raios passando retos pelo sistema

$x$

$y$

$z$

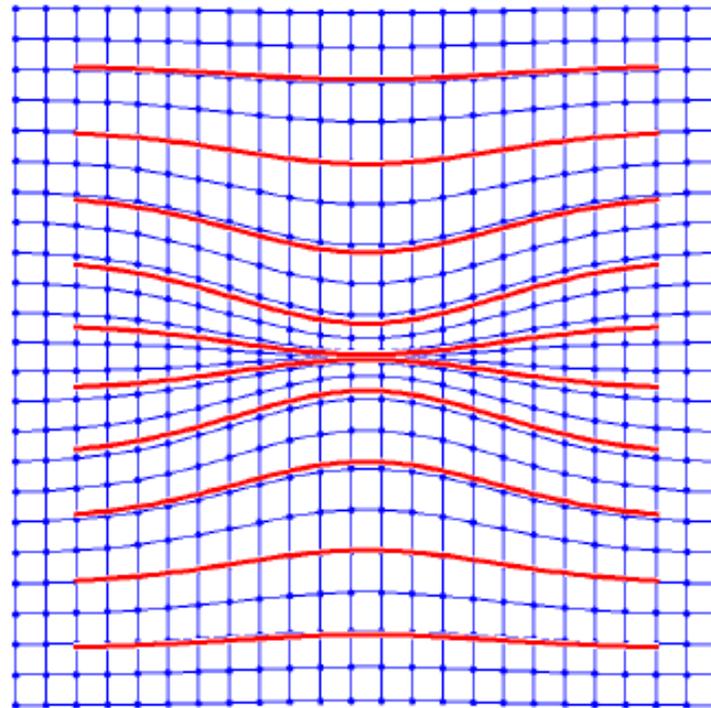
$$[\mu] = [\varepsilon] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



## Passo 2

- Defina o sistema de coordenadas transformado de modo que os raios sigam um percurso desejado. Por exemplo, vamos “apertar” os raios em direção ao centro da grade

$$\begin{aligned}x' &= x \\ y' &= y \left[ 1 - \exp\left(-\frac{x^2}{\sigma_x^2} - \frac{y^2}{\sigma_y^2}\right) \right] \\ z' &= z\end{aligned}$$



## Passo 3

- Calcular a matriz Jacobiana

$$x' = x$$

$$y' = y \left[ 1 - \exp\left(-\frac{x^2}{\sigma_x^2} - \frac{y^2}{\sigma_y^2}\right) \right]$$

$$z' = z$$

$$[J] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{2xy}{\sigma_x^2} e^{-\frac{x^2}{\sigma_x^2} - \frac{y^2}{\sigma_y^2}} & 1 + \left(\frac{2y^2}{\sigma_y^2} - 1\right) e^{-\frac{x^2}{\sigma_x^2} - \frac{y^2}{\sigma_y^2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial x'}{\partial x} = 1$$

$$\frac{\partial x'}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial x'}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial y'}{\partial x} = \frac{2xy}{\sigma_x^2} \exp\left(-\frac{x^2}{\sigma_x^2} - \frac{y^2}{\sigma_y^2}\right)$$

$$\frac{\partial y'}{\partial y} = 1 + \left(\frac{2y^2}{\sigma_y^2} - 1\right) \exp\left(-\frac{x^2}{\sigma_x^2} - \frac{y^2}{\sigma_y^2}\right)$$

$$\frac{\partial y'}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial z'}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial z'}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial z'}{\partial z} = 1$$

# Calcular os tensores do meio transformados

- Usando as relações de transformação, temos:

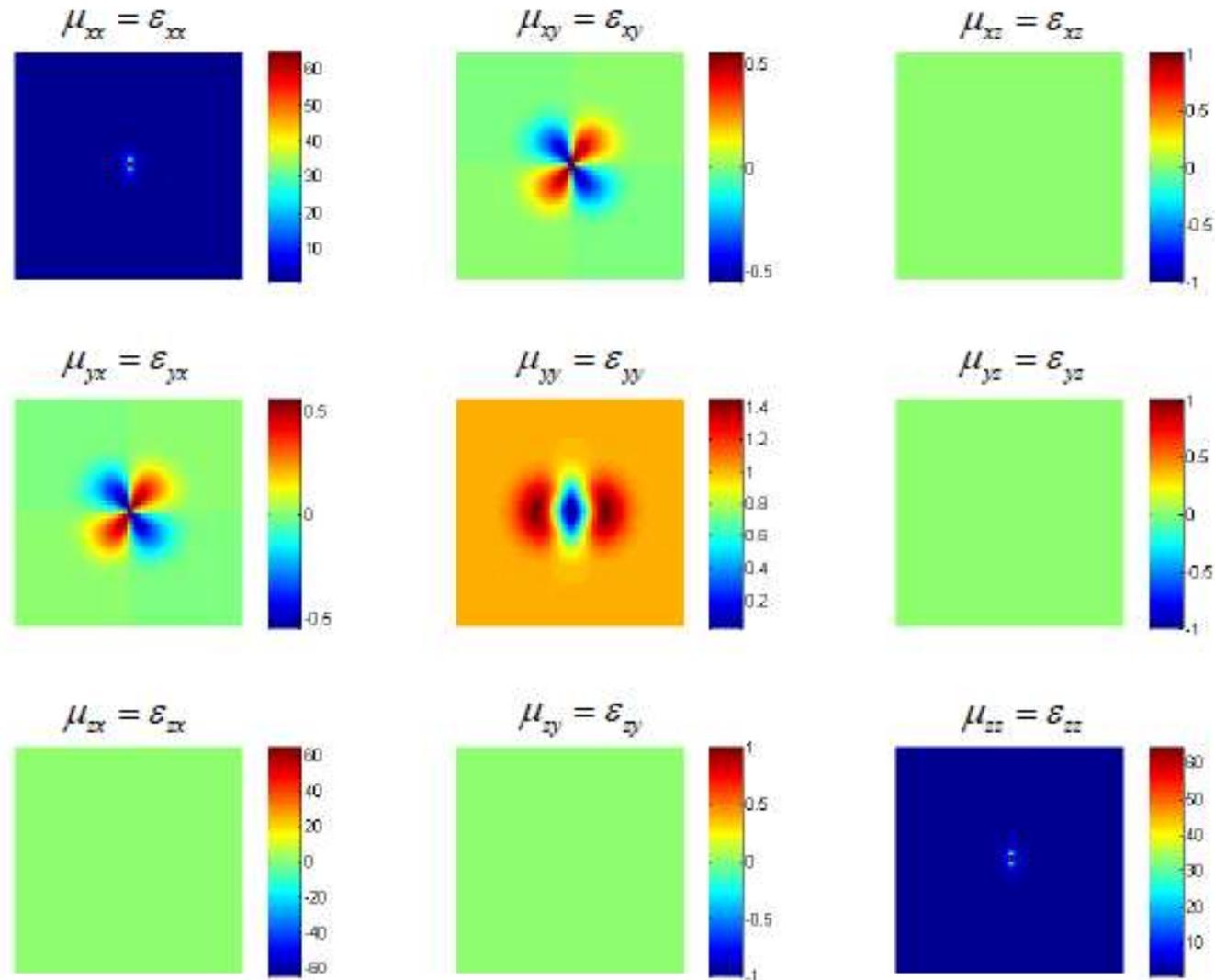
$$\mu_{xx} = \varepsilon_{xx} = \mu_{zz} = \varepsilon_{zz} = \frac{\sigma_y^2}{\sigma_y^2 + (2y^2 - \sigma_y^2) e^{-\frac{x^2}{\sigma_x^2} - \frac{y^2}{\sigma_y^2}}}$$

$$\mu_{xy} = \mu_{yx} = \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \frac{2xy\sigma_y^2}{\sigma_x^2 \left[ 2y^2 - \sigma_y^2 \left( 1 - e^{-\frac{x^2}{\sigma_x^2} - \frac{y^2}{\sigma_y^2}} \right) \right]}$$

$$\mu_{yy} = \varepsilon_{yy} = \sigma_y^2 e^{-\frac{x^2}{\sigma_x^2} - \frac{y^2}{\sigma_y^2}} \left[ \left( \frac{2y^2}{\sigma_y^2} e^{-\frac{x^2}{\sigma_x^2} - \frac{y^2}{\sigma_y^2}} - \frac{1}{\sigma_y^2} e^{-\frac{x^2}{\sigma_x^2} - \frac{y^2}{\sigma_y^2}} + 1 \right)^2 + \frac{4x^2 y^2}{\sigma_x^4} e^{-\frac{2x^2}{\sigma_x^2} - \frac{2y^2}{\sigma_y^2}} \right]$$

$$\mu_{xz} = \varepsilon_{xz} = \mu_{yz} = \varepsilon_{yz} = \mu_{zx} = \varepsilon_{zx} = \mu_{zy} = \varepsilon_{zy} = 0$$

# Uma visualização dos tensores em todo o meio



# **Espaço Esticado**

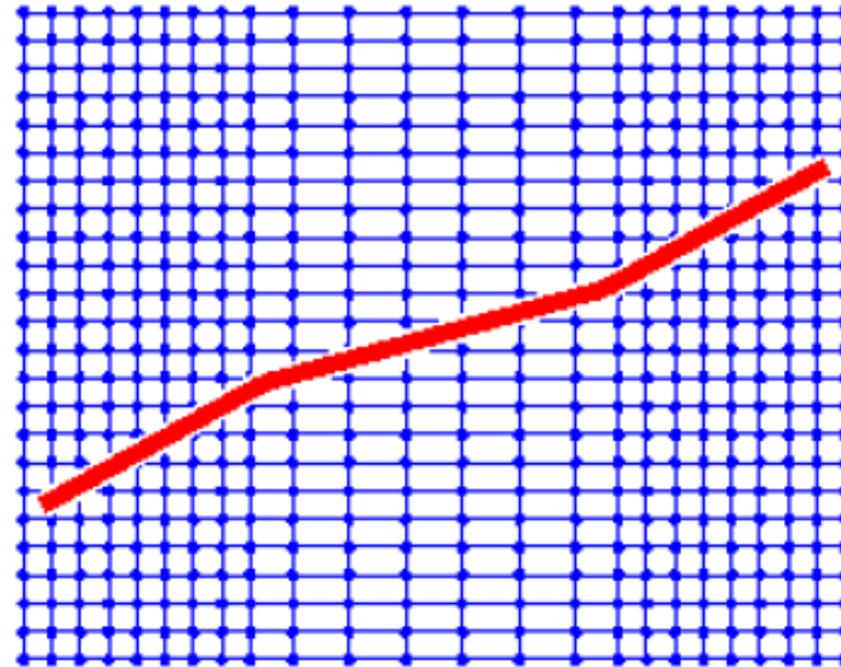
# Definindo o sistema de coordenadas

- Suponha que queiramos “esticar” o eixo z por um fator  $a$

$$x' = x$$

$$y' = y$$

$$z' = z/a$$



# Jacobiano, $\mu$ e $\varepsilon$

$$\begin{aligned}x' &= x \\y' &= y \\z' &= z/a\end{aligned} \quad \rightarrow \quad [J] = \begin{bmatrix} \partial x'/\partial x & \partial x'/\partial y & \partial x'/\partial z \\ \partial y'/\partial x & \partial y'/\partial y & \partial y'/\partial z \\ \partial z'/\partial x & \partial z'/\partial y & \partial z'/\partial z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/a \end{bmatrix}$$

$$[\mu'] = \frac{[J][\mu][J]^T}{\det[J]} = \frac{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu & 0 & 0 \\ 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/a \end{bmatrix}^T}{\det \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/a \end{bmatrix}} = \frac{\begin{bmatrix} \mu & 0 & 0 \\ 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu/a^2 \end{bmatrix}}{1/a} = \begin{bmatrix} a\mu & 0 & 0 \\ 0 & a\mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu/a \end{bmatrix}$$

$$[\varepsilon'] = \frac{[J][\varepsilon][J]^T}{\det[J]} = \frac{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/a \end{bmatrix}^T}{\det \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/a \end{bmatrix}} = \frac{\begin{bmatrix} \varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon/a^2 \end{bmatrix}}{1/a} = \begin{bmatrix} a\varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & a\varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon/a \end{bmatrix}$$

# O que esta resposta significa?

$$[\mu'] = \begin{bmatrix} a\mu & 0 & 0 \\ 0 & a\mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu/a \end{bmatrix} \quad [\varepsilon'] = \begin{bmatrix} a\varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & a\varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon/a \end{bmatrix}$$

Estes tensores têm dois elementos iguais e um diferente → Uniaxial

Para  $a > 0$  o terceiro elemento é menor que os outros dois → Uniaxial negativo

$$[\varepsilon'] = \begin{bmatrix} \varepsilon_o & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_o & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_e \end{bmatrix}$$

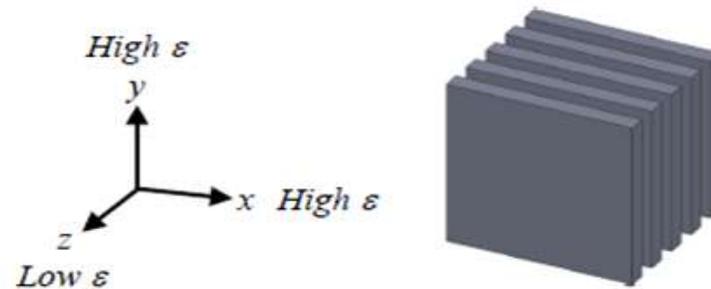
$$\varepsilon_o = a\varepsilon$$

$$\varepsilon_e = \varepsilon/a$$

Fator de esticamento do tensor:

$$a = \sqrt{\varepsilon_o / \varepsilon_e}$$

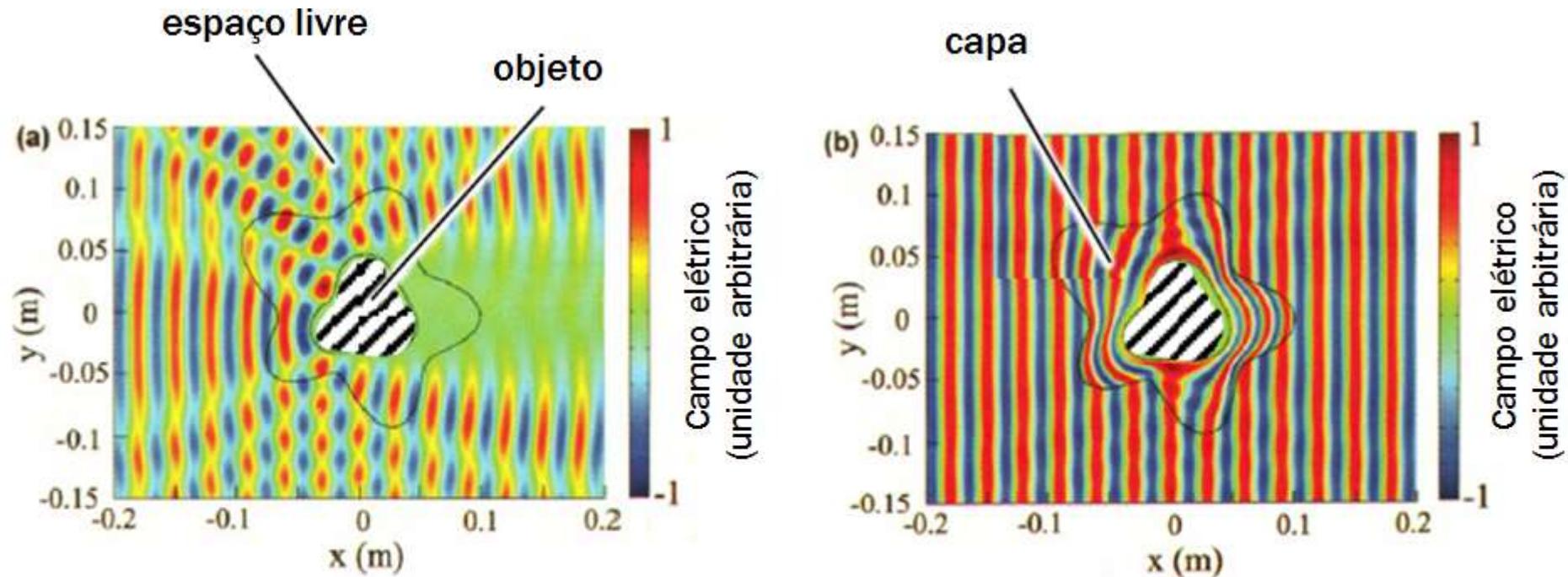
$$\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_o \varepsilon_e}$$



$\varepsilon_e < \varepsilon_o$  Negative Uniaxial

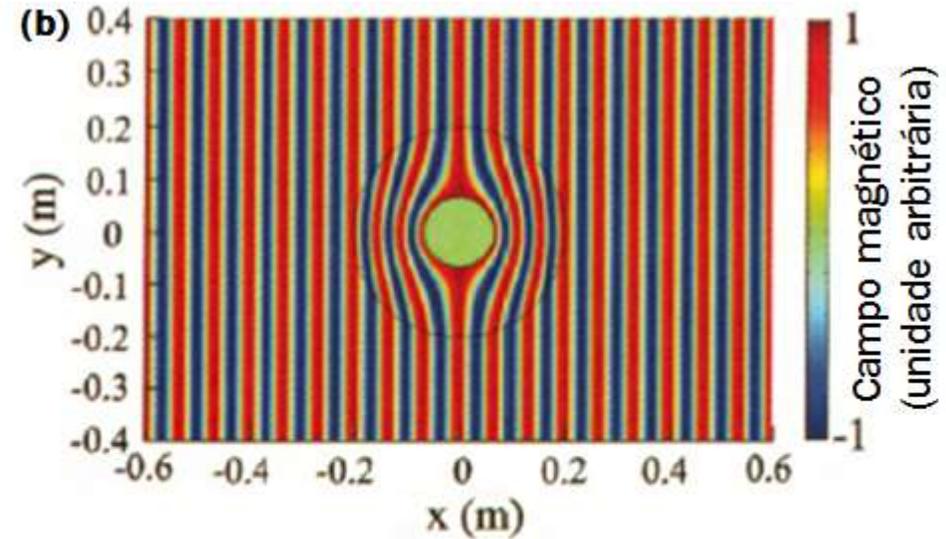
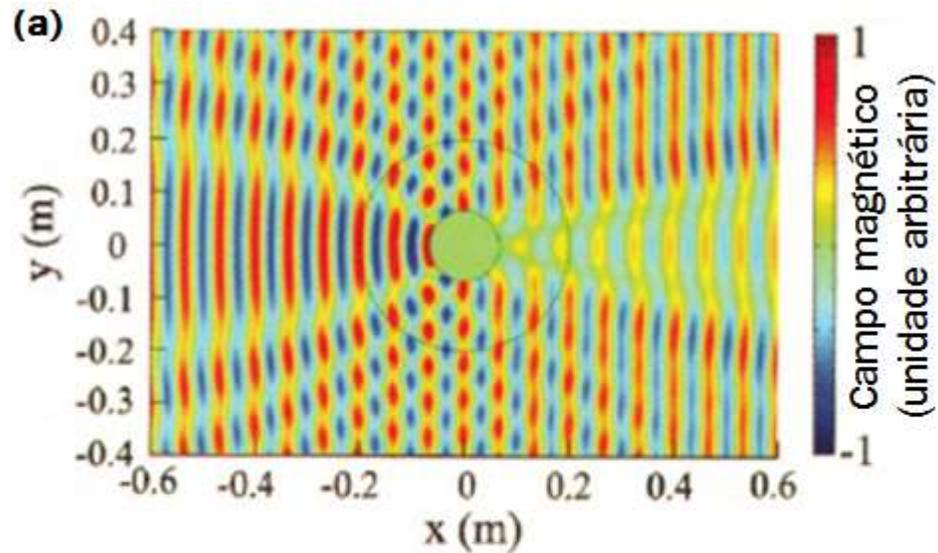
# Camuflagem (“Cloaking”)

# Camuflagem eletromagnética



- Uma capa eletromagnética **verdadeira** deve ter as seguintes propriedades:
1. Não pode nem refletir nem espalhar ondas
  2. Deve reconstruir perfeitamente a frente de onda no outro lado do objeto
  3. Deve funcionar com ondas aplicadas de qualquer direção

# Exemplo: a famosa capa cilíndrica

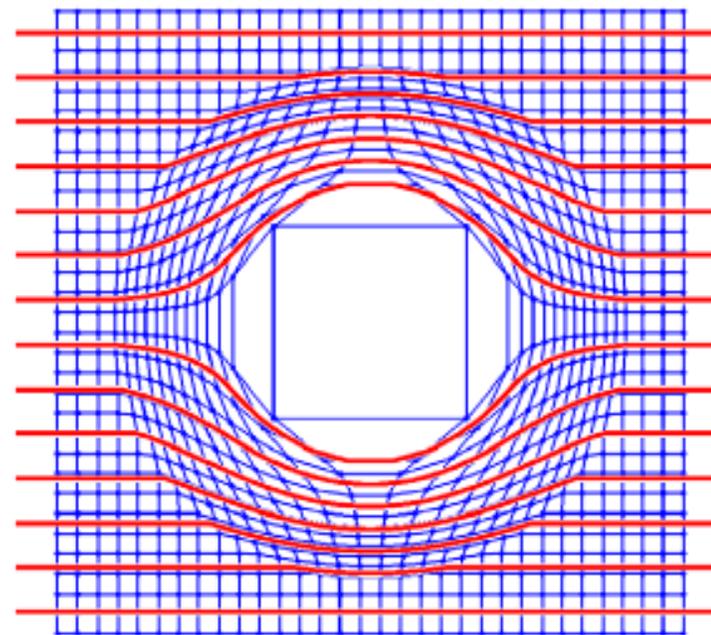
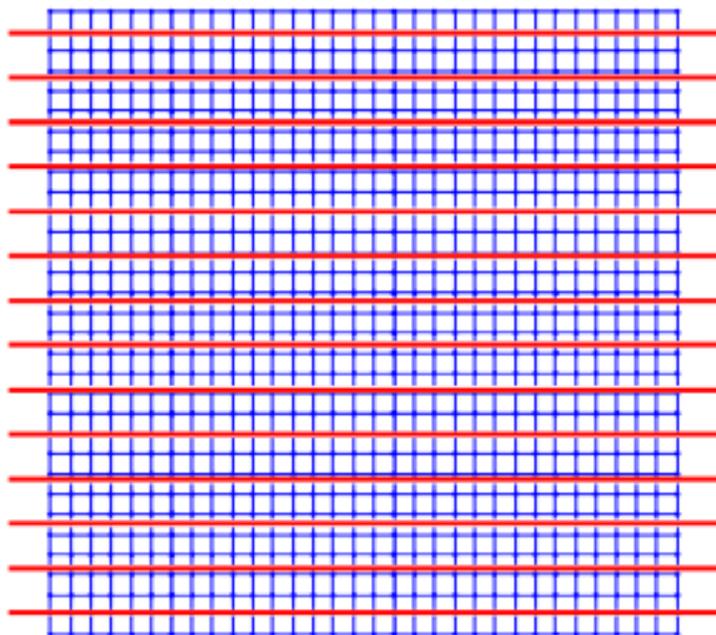


## Capa circular anular bidimensional

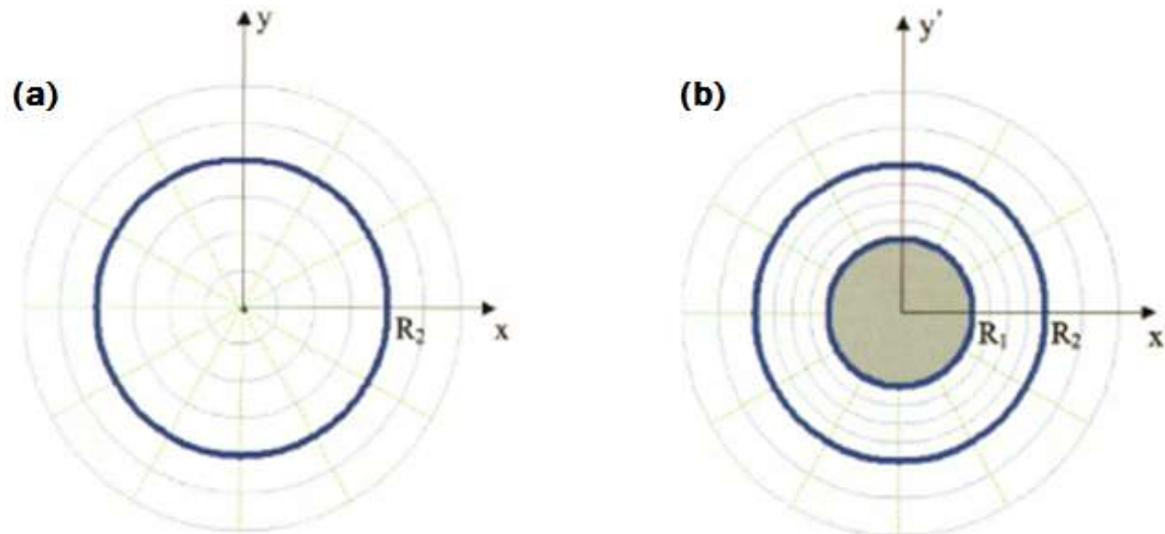
- (a) Cilindro condutor iluminado por fuma onda plana TM
- (b) O mesmo cilindro condutor camuflado

# Passo 1: o caminho dos raios para invisibilidade

- Para produzir uma região invisível na grade, os raios devem fluir ao redor dela



## Passo 2: como o objeto é cilíndrico, vamos usar coordenadas cilíndricas



Transformação de coordenadas: Cil  $\longrightarrow$  Cil

(a) original e (b) transformado

Queremos mapear  
nossas coordenadas  
do seguinte modo:

$$\rho'(\rho = 0) = R_1$$

$$\rho'(\rho = R_2) = R_2$$

Esta transformação pode ser  
feita de forma linear

$$\rho' = \frac{R_2 - R_1}{R_2} \rho + R_1$$

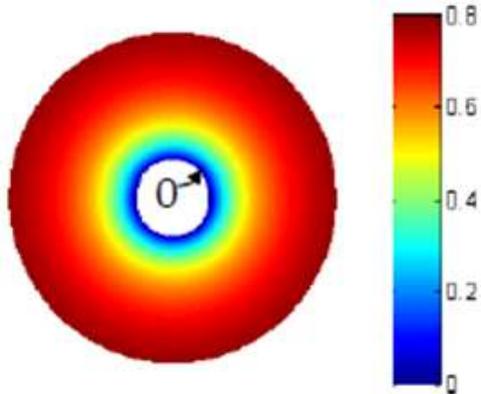
## Passo 3: cálculo do jacobiano e dos tensores $\mu$ e $\varepsilon$

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho'}{\partial \rho} & \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho'}{\partial \phi} & \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho'}{\partial z} \\ \frac{\rho'}{\rho} \frac{\partial \phi'}{\partial \rho} & \frac{\rho'}{\rho} \frac{\partial \phi'}{\partial \phi} & \frac{\rho'}{\rho} \frac{\partial \phi'}{\partial z} \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial z'}{\partial \rho} & \frac{1}{\rho} \frac{\partial z'}{\partial \phi} & \frac{1}{\rho} \frac{\partial z'}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (R_2 - R_1)/R_2 & 0 & 0 \\ 0 & \rho'/\rho & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[\mu'(\bar{r}')] = [\varepsilon'(\bar{r}')] = \begin{bmatrix} \frac{\rho' - R_1}{\rho'} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\rho'}{\rho' - R_1} & 0 \\ 0 & 0 & \left( \frac{R_2}{R_2 - R_1} \right)^2 \frac{\rho' - R_1}{\rho'} \end{bmatrix}$$

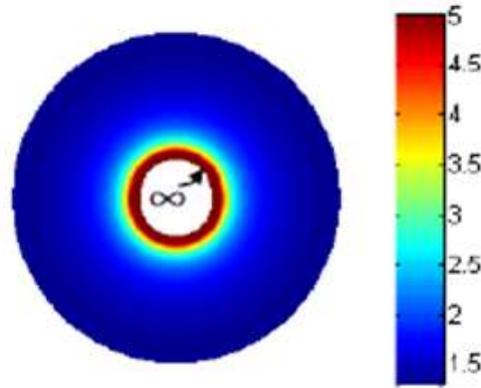
# Tensores cilíndricos

$$\mu'_{rr}(\vec{r}') = \varepsilon'_{rr}(\vec{r}')$$



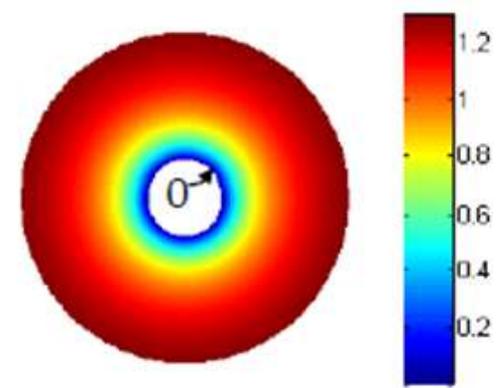
$$\frac{\rho' - R_1}{\rho'}$$

$$\mu'_{\phi\phi}(\vec{r}') = \varepsilon'_{\phi\phi}(\vec{r}')$$



$$\frac{\rho'}{\rho' - R_1}$$

$$\mu'_{zz}(\vec{r}') = \varepsilon'_{zz}(\vec{r}')$$

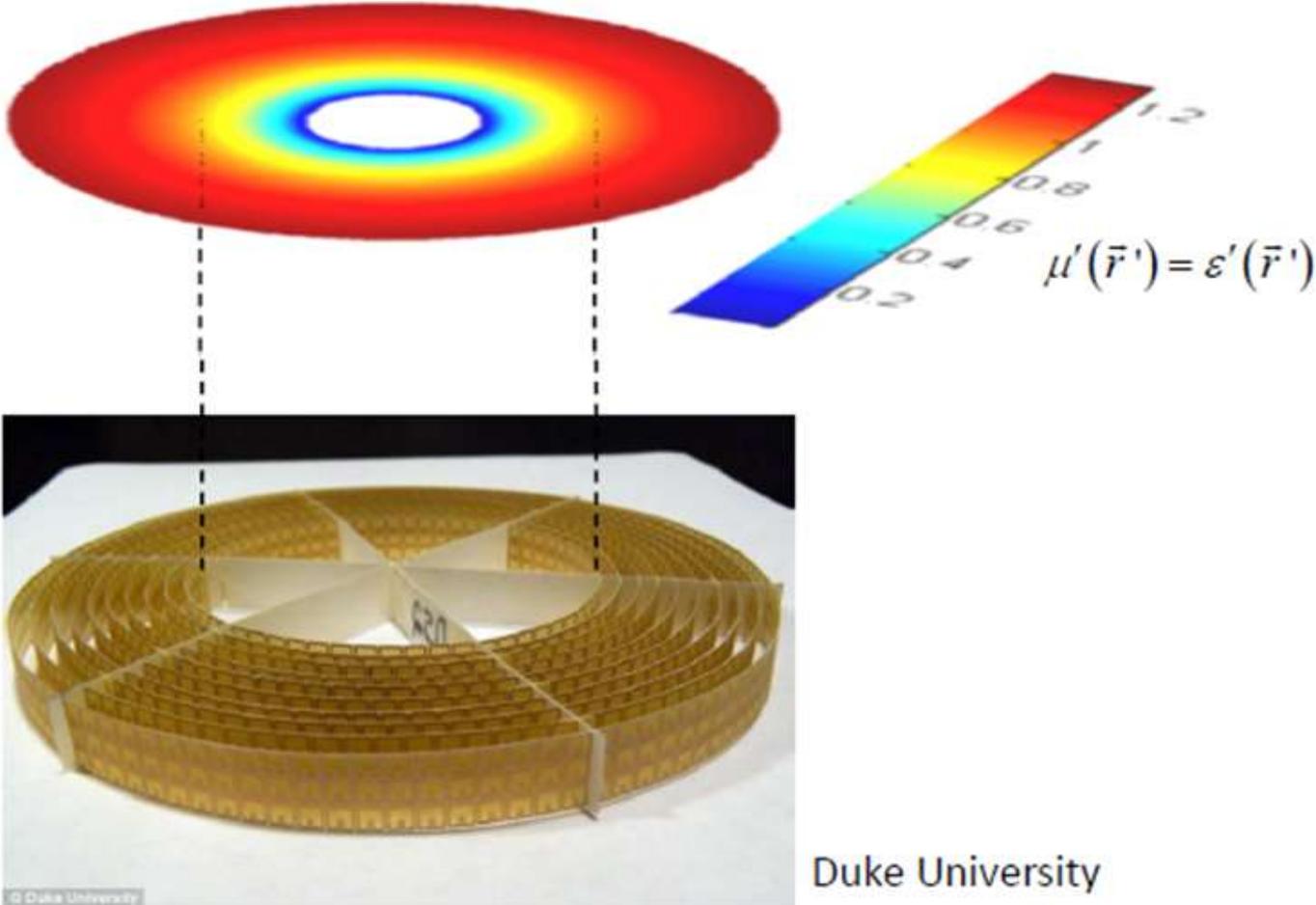


$$\left(\frac{R_2}{R_2 - R_1}\right)^2 \frac{\rho' - R_1}{\rho'}$$

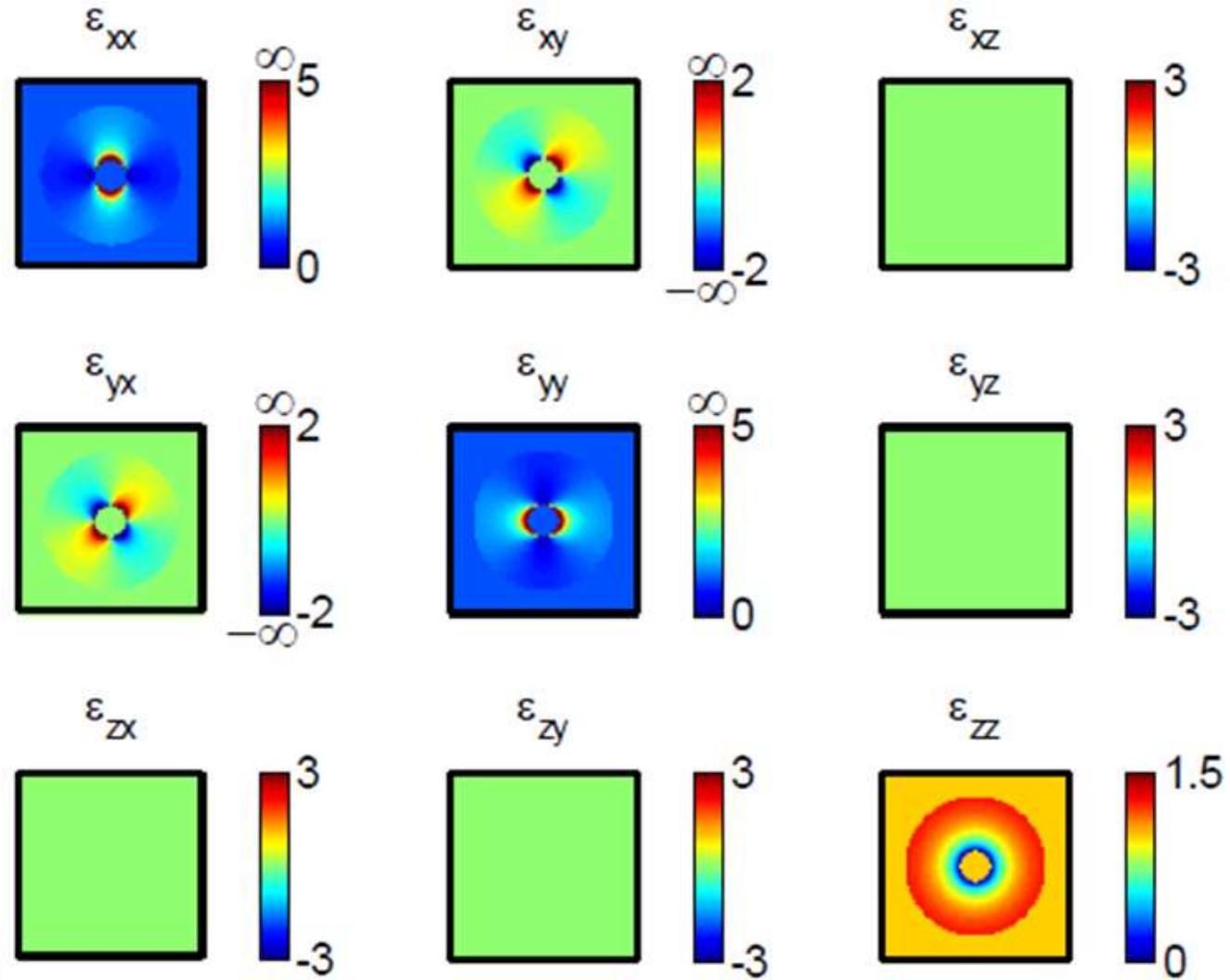
$$R_1 = 0.10$$

$$R_2 = 0.45$$

# Dispositivo físico



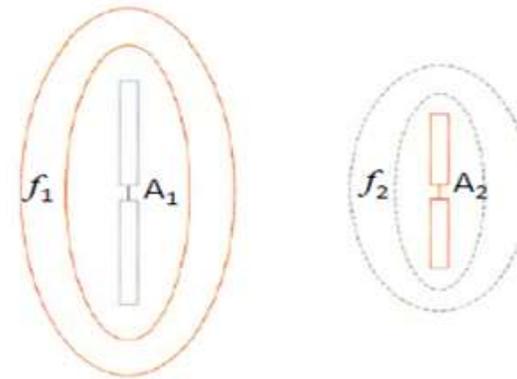
# Tensores cartesianos



# Outras Aplicações

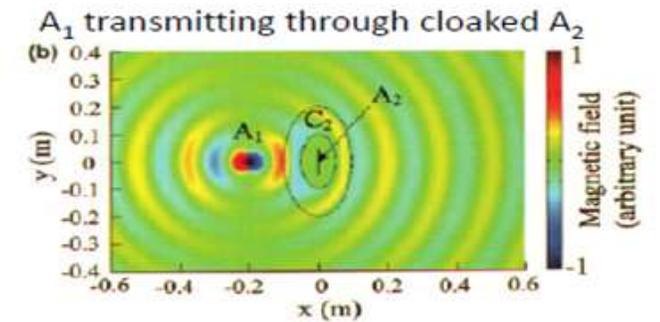
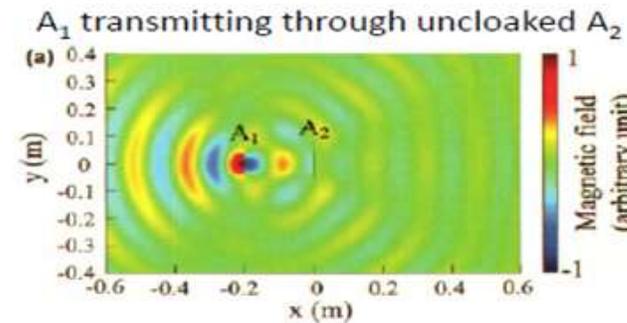
# Camuflagem eletromagnética de antenas

- Uma antena pode ser “camuflada” para se tornar invisível ao “inimigo” ou para reduzir os efeitos de espalhamento e acoplamento com objetos próximos
- Isso implica em um modo de operação “banda dupla” pois, a capa deve ser transparente à frequência de irradiação da antena
- Metamateriais usados para realizar a camuflagem são inerentemente banda estreita (o que é uma vantagem nesta aplicação)

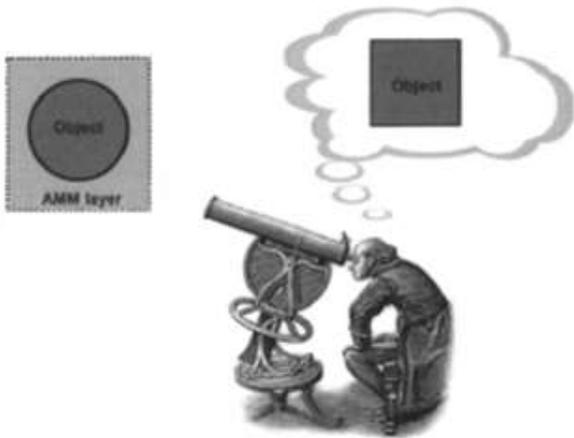


Antenna  $A_1$  transmits at frequency  $f_1$ .  
Antenna  $A_2$  transmits at frequency  $f_2$ .

Cloak of  $A_1$  must be transparent to  $f_1$ .  
Cloak of  $A_2$  must be transparent to  $f_2$ .

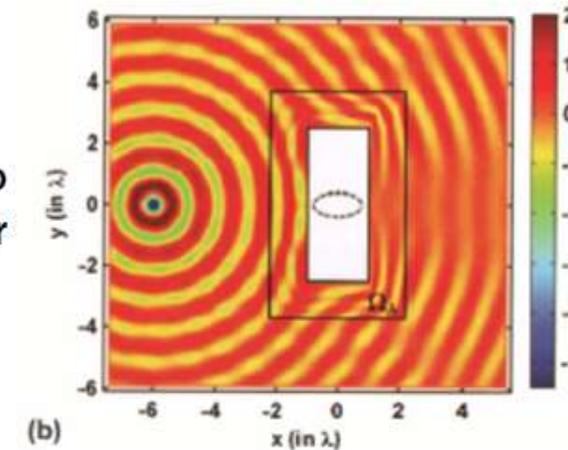
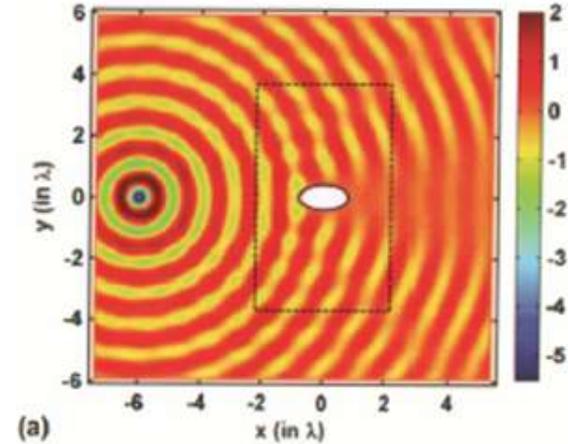


# Reformatar o espalhamento de um objeto



Espalhamento de um objeto de forma elíptica

Objeto retangular envolvido num meio anisotrópico projetado por TEM para espalhar como um objeto elíptico



O. Ozgun, M. Kuzuoglu, "Form Invariance of Maxwell's Equations: The Pathway to Novel Metamaterial Specifications for Electromagnetic Reshaping," IEEE Ant. And Prop. Mag., Vol. 52, No. 3, 51-65 (2010).

# Colimador de ondas

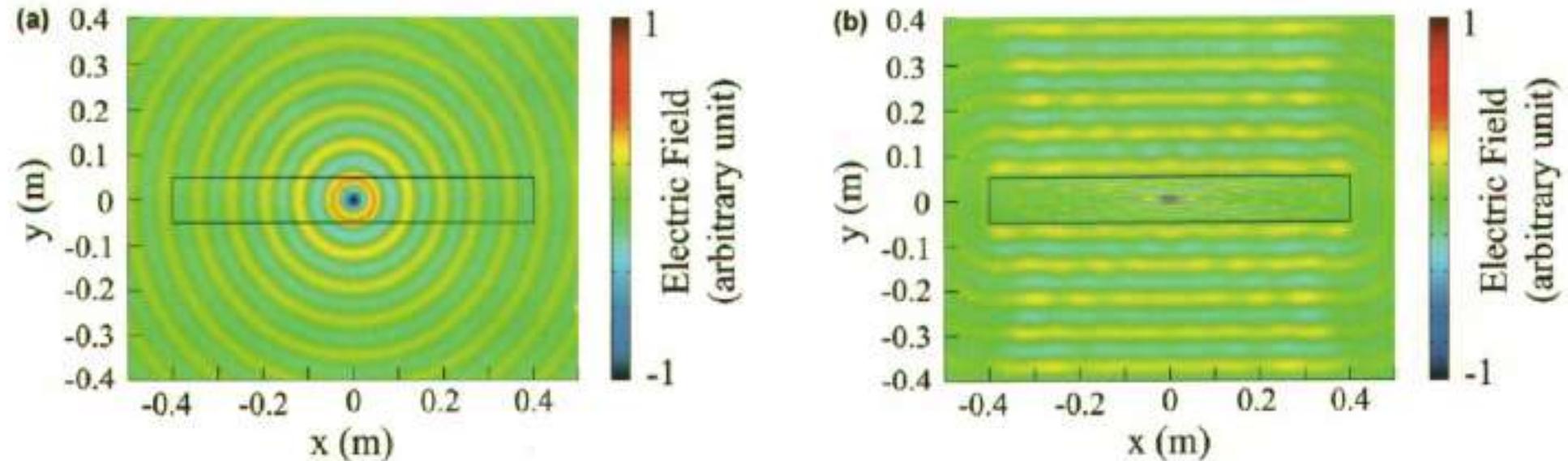


Figure 16. Snapshots of the  $\hat{z}$ -polarized total electric-field distribution due to an electric line source located at the coordinate origin: (a) with the line source radiating in free space, (b) with the line source embedded in the wave collimator.

# Lentes planas

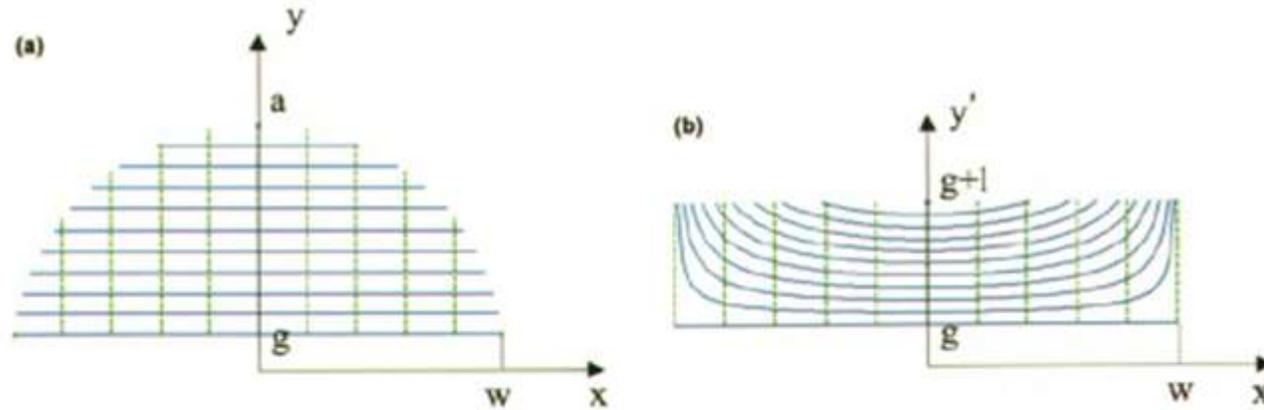


Figure 17. The coordinate transformation for a two-dimensional far-zone-focusing lens design: (a) the original coordinate system, (b) the transformed coordinate system.

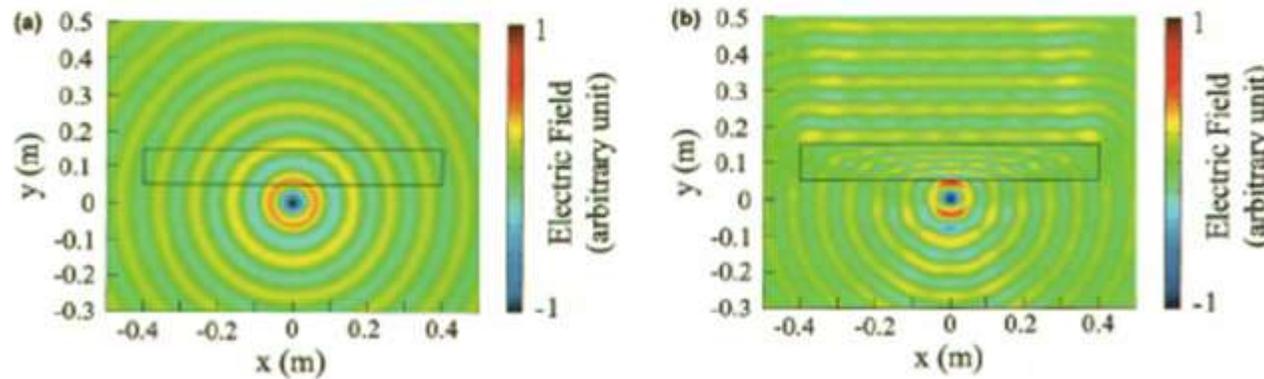


Figure 18. Snapshots of the total electric field for a line source radiating at the coordinate origin: (a) for the line source radiating in free space, (b) for the line source radiating in the presence of the far-zone-focusing flat lens.

# Desviadores de raios

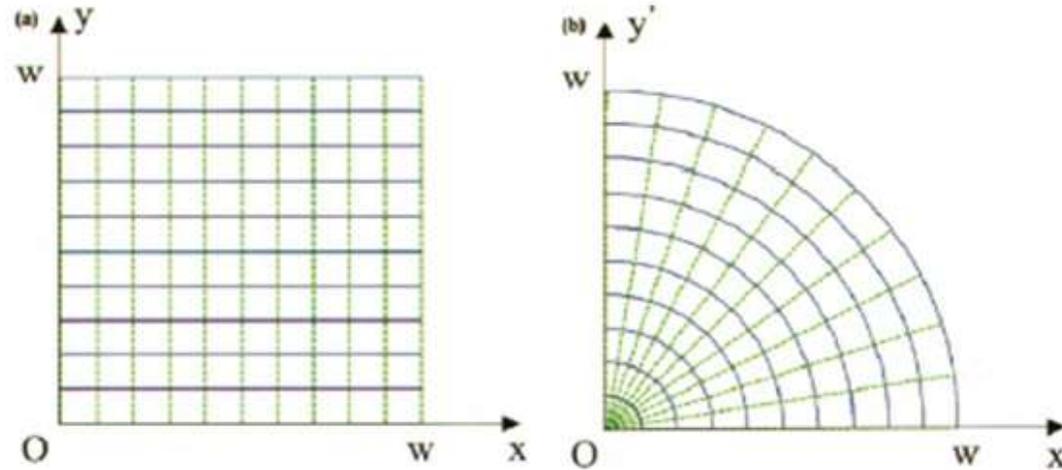


Figure 20. The coordinate transformation for the two-dimensional right-angle-bender design: (a) the original coordinate system, (b) the transformed coordinate system.

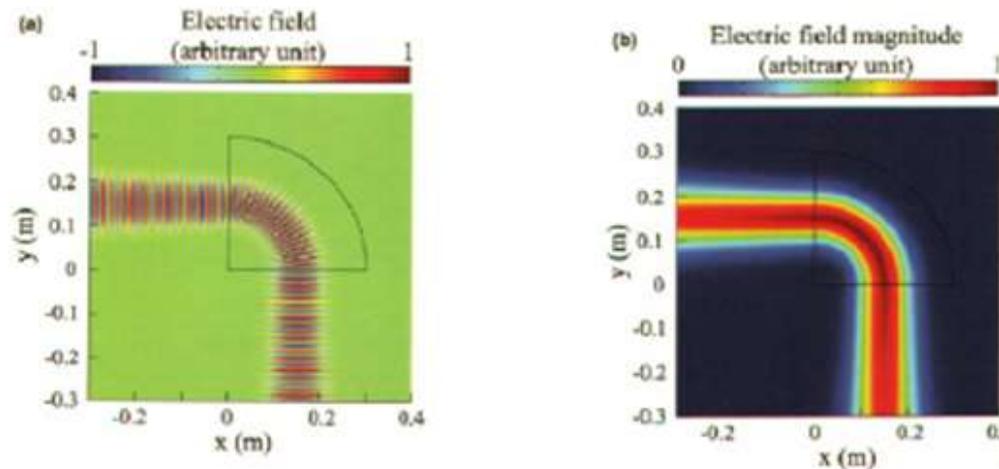


Figure 21. The performance of a right-angle beam bender: (a) a snapshot of the total electric field for a two-dimensional Gaussian-beam illumination from the  $-x$  direction at a right angle, (b) the magnitude distribution of the electric field.

# Conclusões

- Transformação eletromagnética (TEM) é uma técnica de transformação de coordenadas em que a transformação é absorvida pelas funções permeabilidade e permissividade do meio
- O método produz permissividade e permeabilidade que são função da posição
- O método não diz nada de como os materiais seriam realizados
- As funções resultantes do material serão anisotrópicas e irão requerer metamateriais dielétricos e magnéticos frequentemente com valores extremos e singulares. Isto leva à estruturas que requerem metais
- TEM é talvez mais conhecido como transformação ótica (TO) porque foi onde apareceu primeiro

**Obrigado pela atenção!  
Até a próxima aula...**